

# TRAITEMENT DU SIGNAL À L'IN2P3 GÉNÉRALITÉS

29 novembre 2012

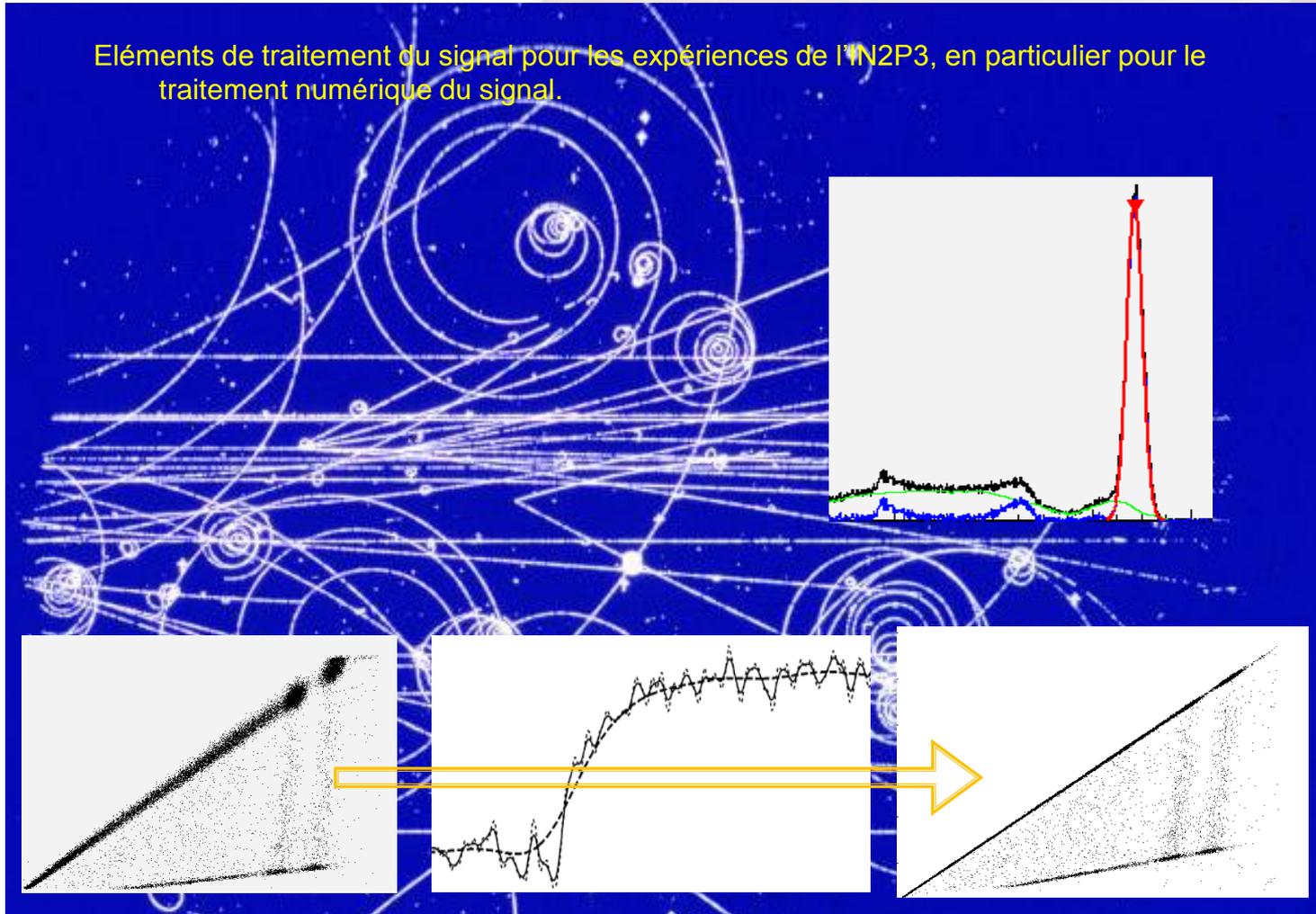
Eléments de traitement du signal pour les expériences de l'IN2P3, en particulier pour le traitement numérique du signal.

B. Genolini  
[genolini@ipno.in2p3.fr](mailto:genolini@ipno.in2p3.fr)  
<http://ipnweb.in2p3.fr/~detect>



Unité mixte de recherche  
CNRS-IN2P3  
Université Paris-Sud

91406 Orsay cedex  
Tél. : +33 1 69 15 73 40  
Fax : +33 1 69 15 64 70  
<http://ipnweb.in2p3.fr>



# SOMMAIRE

## Introduction

Notre domaine : particules, détecteurs, électronique...  
... et ce que cela entraîne pour le traitement des données

## Bien regarder les signaux

Les observables les plus simples  
Quantification des performances des observables

## Filtrage analogique

Principe généraux du filtrage  
Représentation fréquentielle

## Bruits

Les différents phénomènes  
Représentation fréquentielle

## Numérisation

Echantillonnage : les précautions à prendre  
Quelles limites ?

## Filtres numériques linéaires

Filtres à réponse impulsionnelle finie / infinie  
Les applications de base

# REMARQUES PRÉLIMINAIRES

*Je parlerai peu des mesures en temps car ce sera l'objet de la journée de demain*

Les notations mathématiques sont peu rigoureuses. Par exemple, il faudrait toujours vérifier les convergences d'intégrales.

Les liens vers les références bibliographiques sont « cliquables » à partir du document informatique. Pour les images prises sur d'autres présentations, le nom de l'auteur est indiqué en petit et grisé, et l'image (ou une partie pour les assemblages) est cliquable.

Pour les références vers les articles, il est plus commode de donner l'identifiant numérique (DOI). Exemple : **doi:10.1016/j.nima.2011.03.009** correspond à <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2011.03.009>

# POURQUOI S'INTÉRESSER AU TRAITEMENT DU SIGNAL ?

29 nov. 2012

## Si vous devez développer du code

- Connaître différentes méthodes

- Faire des premières estimations pour réduire le temps de développement

- Evaluer les performances

## Comprendre l'environnement d'un projet,

### Poser les bonnes questions

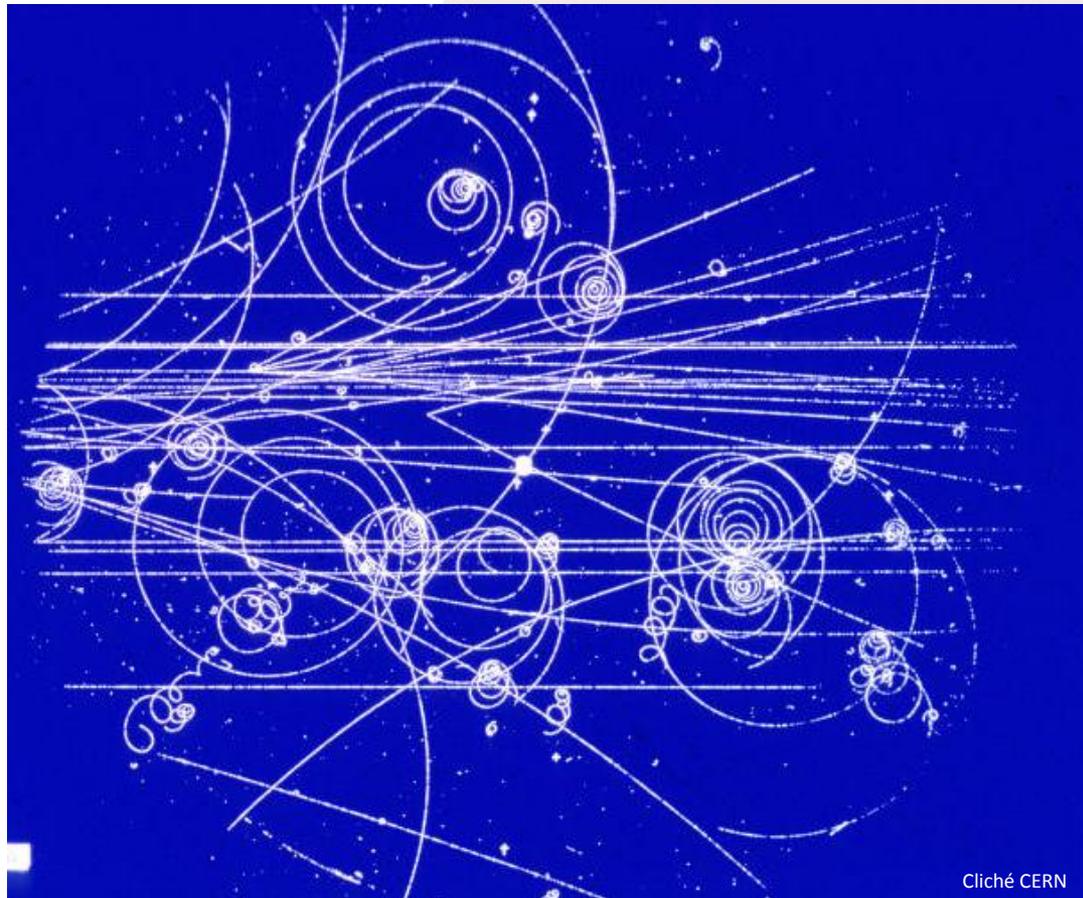
- Le chercheur exprime un besoin, et n'a pas toujours des connaissances en électronique ou traitement du signal

- Comprendre les performances de la partie analogique en relation avec le numérique

- Identifier les phénomènes dominants (gamme dynamique, dispersion, etc.)

- Connaître / établir des critères chiffrés (résolution, séparation, etc.)

# QU'EST-CE QU'UNE EXPÉRIENCE À L'IN2P3 ?



Détecteur Gargamelle, CERN

Cliché CERN

## Collisions de particules

Reconstruction de la réaction par

**identification de particules** sortantes :

- Polarité (sens de la courbure dans  $\underline{B}$ )
- Energie = Vitesse + masse (rayon de courbure dans  $\underline{B}$ )
- Angles des particules produites, répartition dans l'espace

## Détection

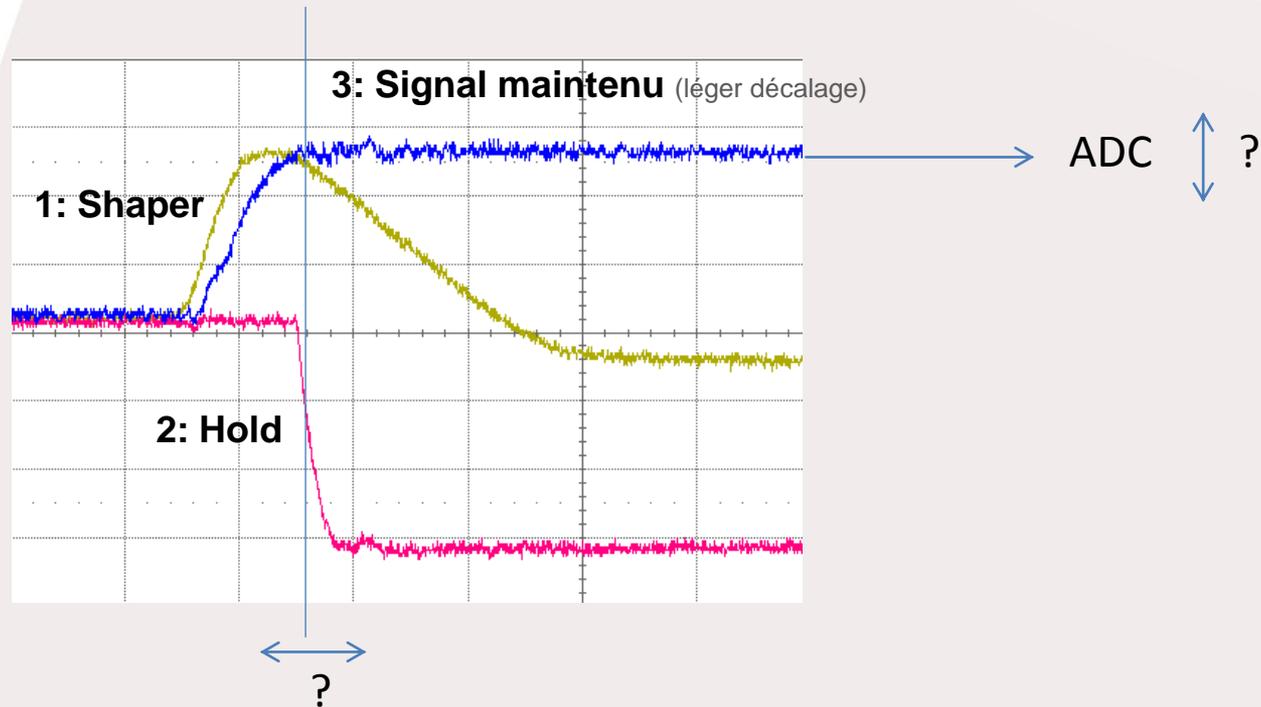
Analogique



Numérique

**Energie,  
Position,  
Temps**

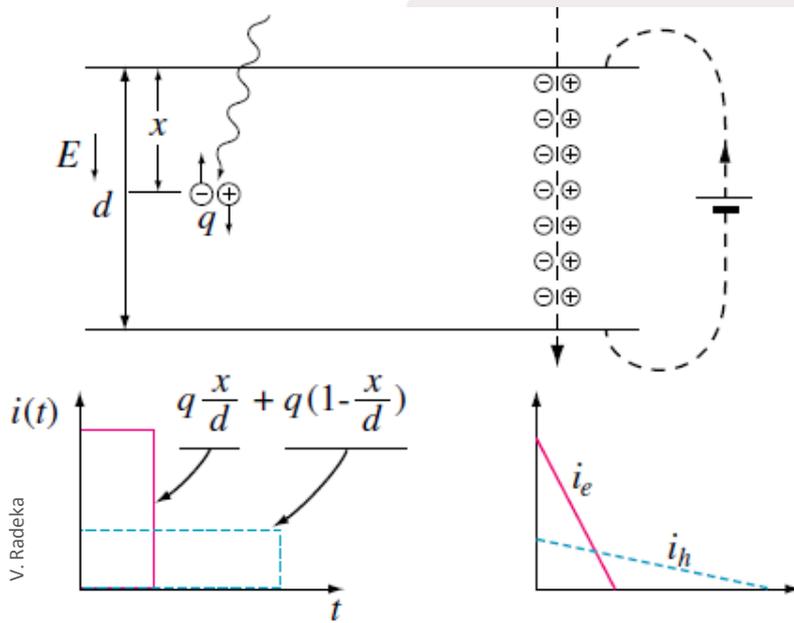
# L'ÉLECTRONIQUE DES TEMPS ANCIENS...



Le shaper intègre le signal, et on s'arrange pour que les signaux en sortie de shaper aient toujours la même forme... mais quand on veut tenir des taux de comptage élevés, ce n'est plus possible

Le signal de hold est fourni par un trigger, ce qui est parfois compliqué dans des expériences complexes à très grand nombre de canaux.

# POURQUOI ANALYSER LES FORMES DES SIGNAUX ?



V. Radéka

## Analogique

Quand il y a des observables simples et bien séparées (charge, amplitude, temps)

Temps de calcul du numérique, consommation parfois prohibitifs

Rapport qualité / prix / temps de mise en œuvre

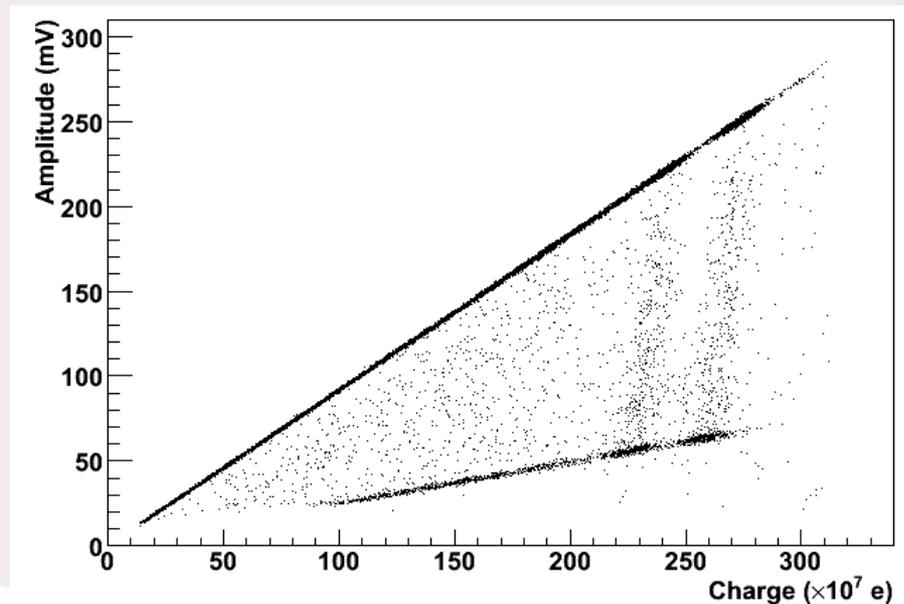
## Numérique

La position et l'étalement d'interaction dans un détecteur peut conditionner la forme du signal : c'est une information potentielle sur l'énergie ou le type de particule

Phase de R&D pour déterminer la meilleure électronique analogique

Economie de détecteurs

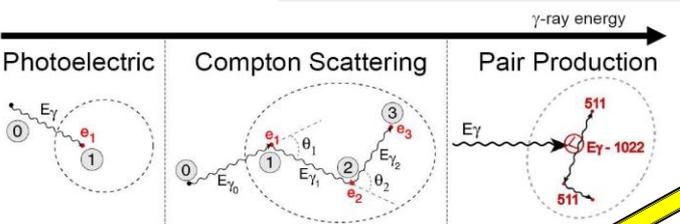
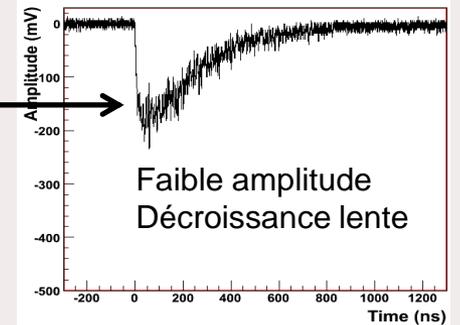
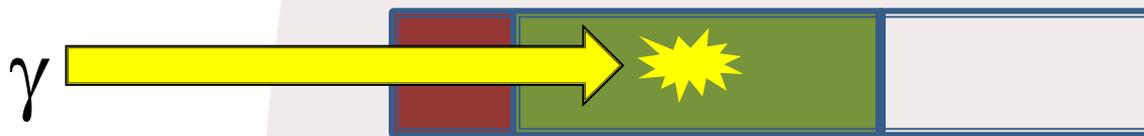
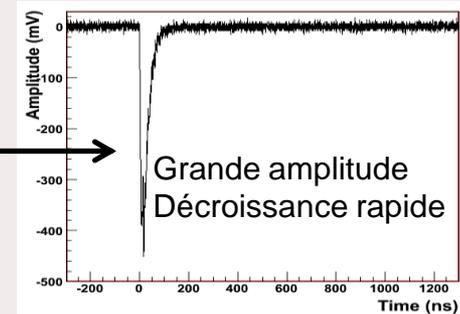
Pratique si carte / oscillo et programme facile à utiliser... et programme à disposition



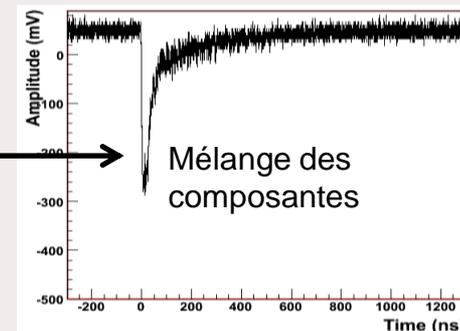
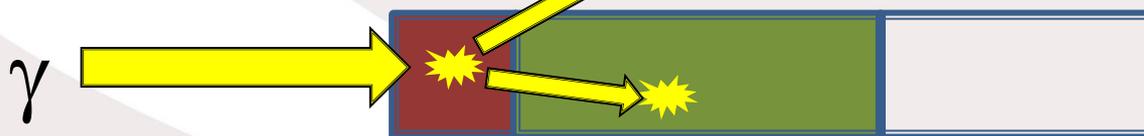
# ET SI ON FAISAIT UNE MANIP TOUTE SIMPLE ?



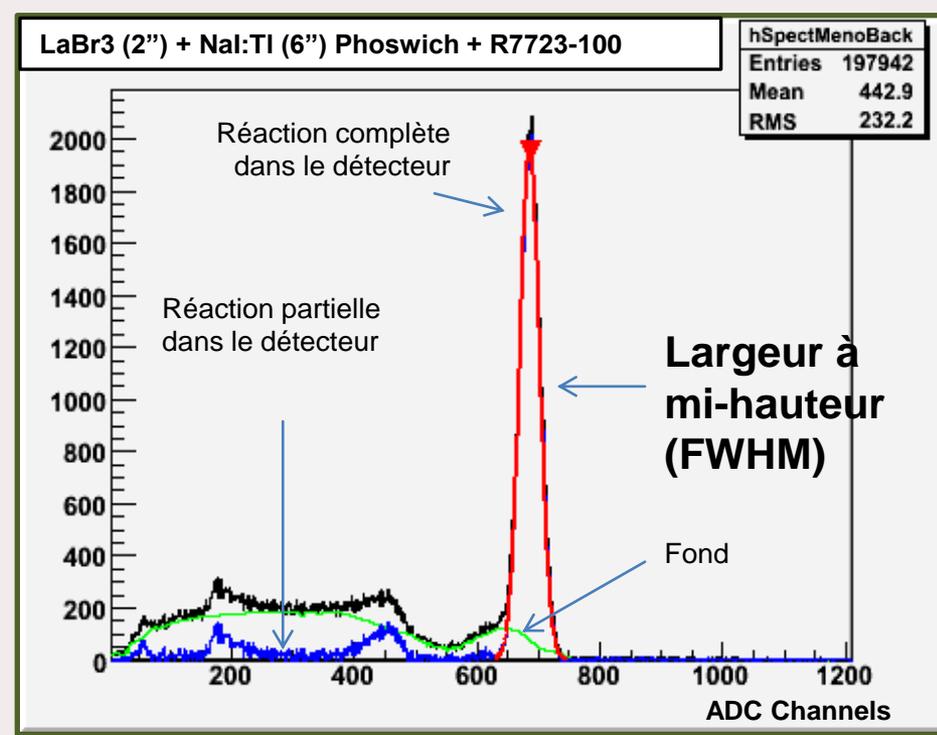
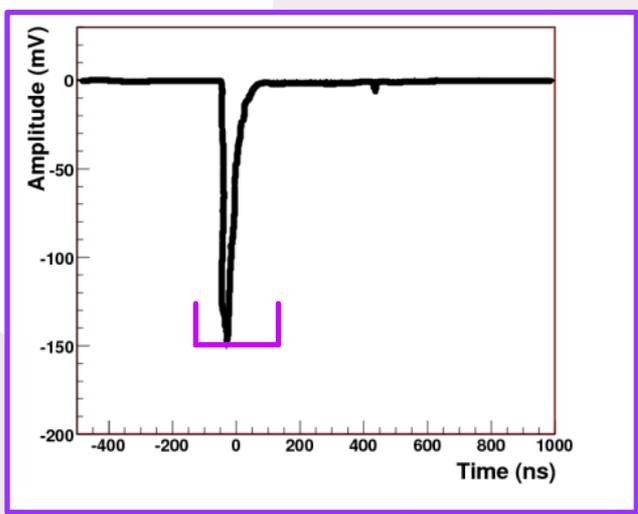
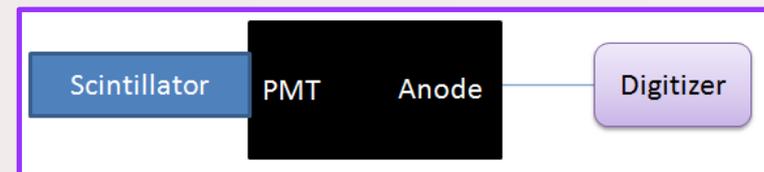
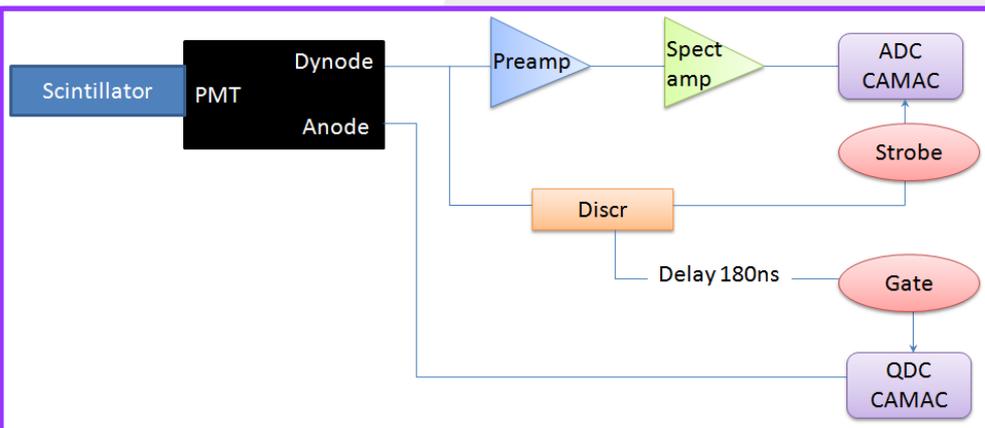
Energie # profondeur d'interaction



Perdu !



# ... ET POURTANT !

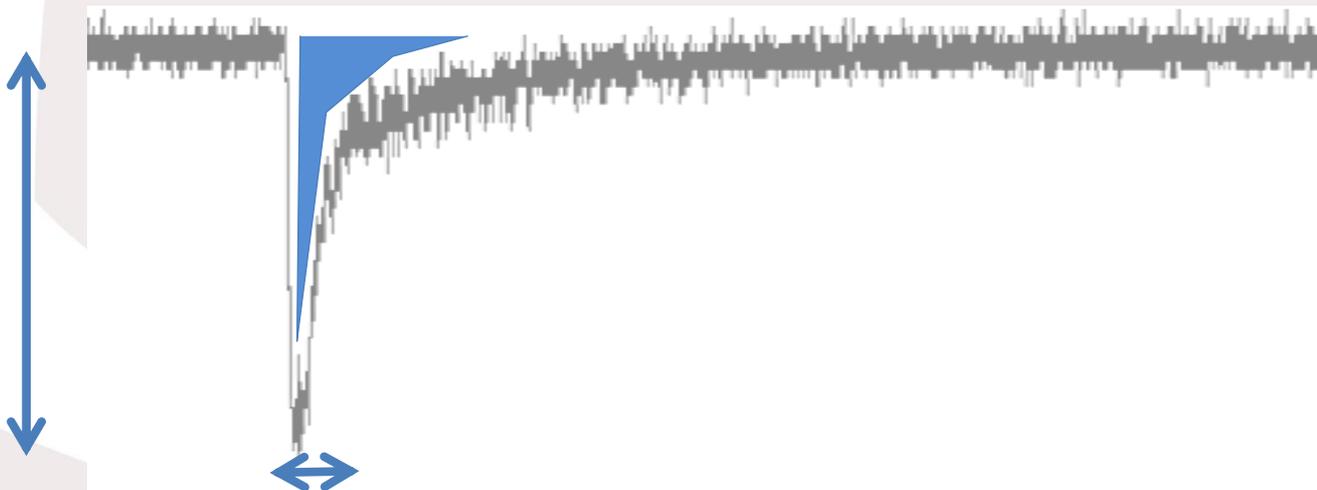


# OBSERVER LES SIGNAUX

## Traduire en chiffres ce qu'on voit à l'œil nu

- Amplitude
- Charge (intégrale)
- Largeur
- Statistique
- Comparer des signaux

**= les observables simples qui permettent de dégrossir (voire de résoudre) un problème**



# FORME DES FRONTS DES SIGNAUX

Pour les scintillateurs, le temps de décroissance est caractéristique.

Dans d'autres cas, c'est la forme du front montant qui compte : il faut éventuellement utiliser plusieurs seuils pour caractériser la forme

Temps de montée / descente exprimés en fraction de l'amplitude (10-90 %)

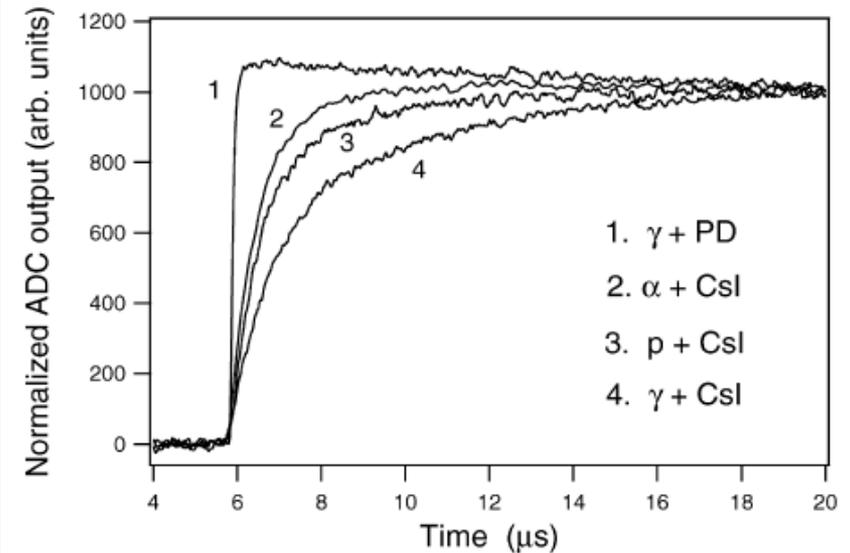
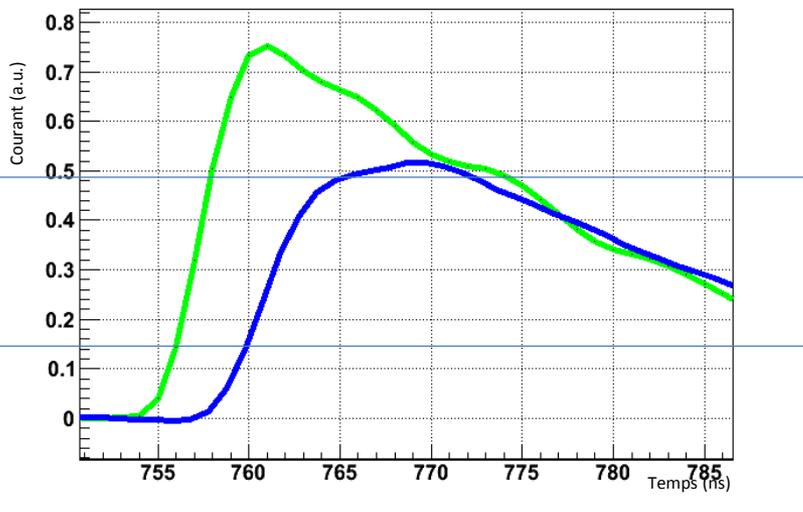
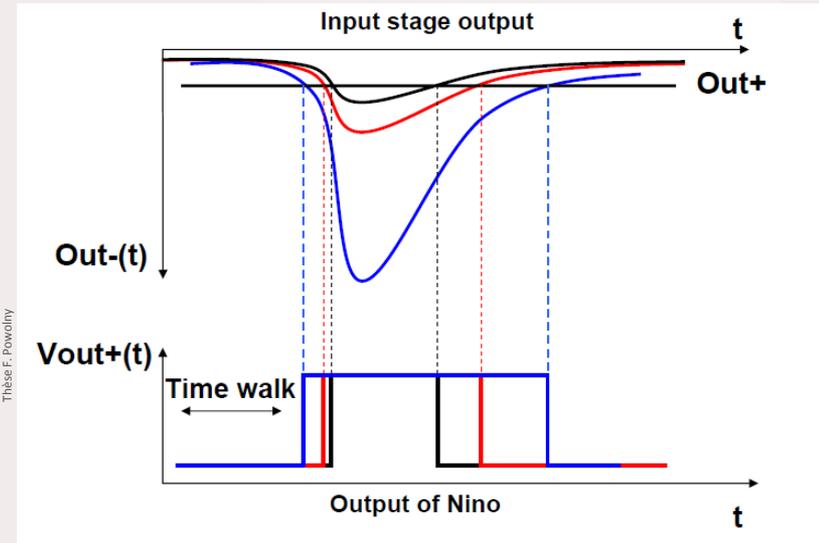


Fig. 1. Selected ADC waveforms show different pulse shape due to protons,  $\alpha$ -particles, and  $\gamma$ -rays impinging on the CsI(Tl) crystal. In order to facilitate comparison the waveforms were normalized to the same height at  $t = 20 \mu\text{s}$ , and their baselines were shifted to zero. The trace number 1 was due to a photon conversion directly in the silicon photodiode.

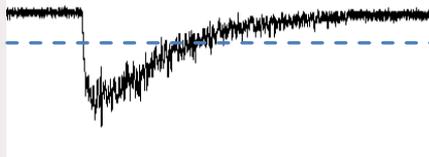
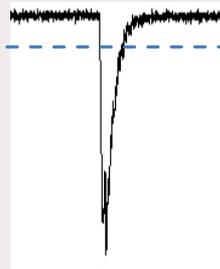
# LARGEUR DES SIGNAUX

Temps au-dessus d'un seuil (Time over threshold, TOT)



Thèse F. Powolny

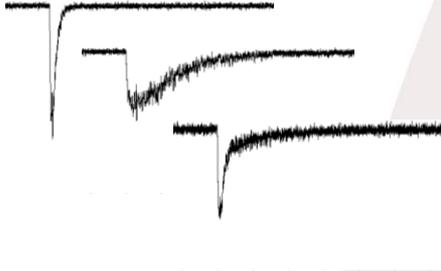
Principe of the [NINO](#) ASIC



Seuil(s) fixe(s) : estimation de la charge à forme constante quand l'électronique sature

TOT comme facteur de forme : meilleurs résultats avec un seuil défini comme une **fraction** de l'amplitude (0.1, 0.5), adapté au rapport signal sur bruit

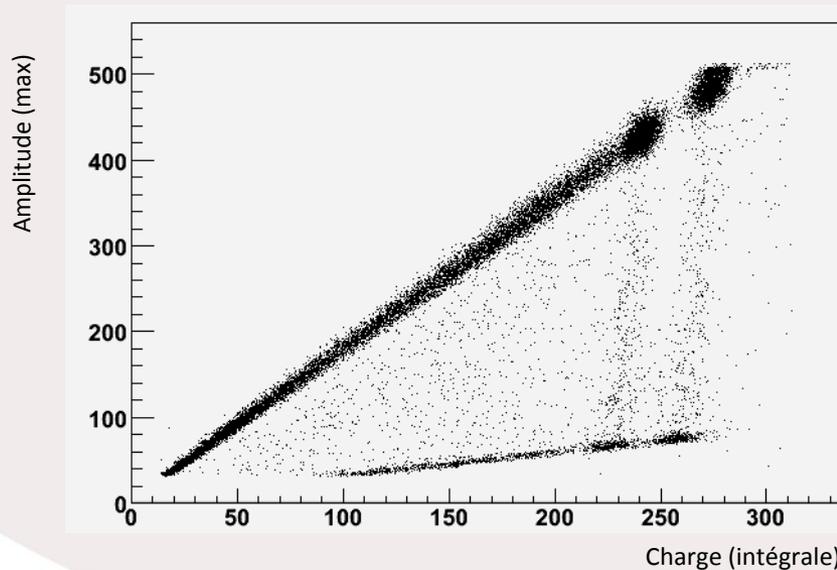
# L'HÉRITAGE DE L'ANALOGIQUE : AMPLITUDE VS CHARGE



Raison historique : on peut mesurer l'amplitude et la charge avec de l'électronique analogique

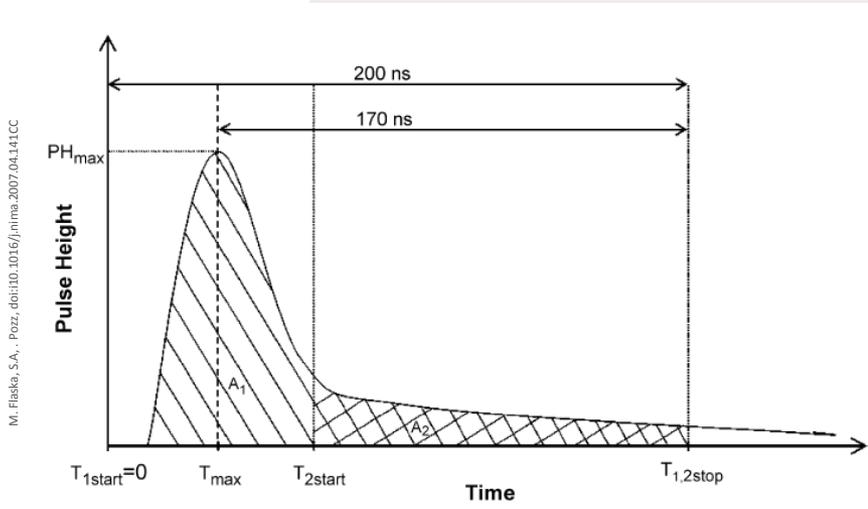
La différence entre deux réactions est caractérisée par des valeurs différentes d'exponentielles

$$i(t) = \frac{Q}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \Rightarrow \max(i) = i(0) = \frac{Q}{\tau}$$



# POURQUOI FAIRE COMPLIQUÉ ?

La détection des gammas et neutrons : des particules en général difficiles à détecter, et qui ont des modes de réaction différents dans certains scintillateurs.



M. Flaska, et al., doi:10.1109/NSSMIC.2011.6154439

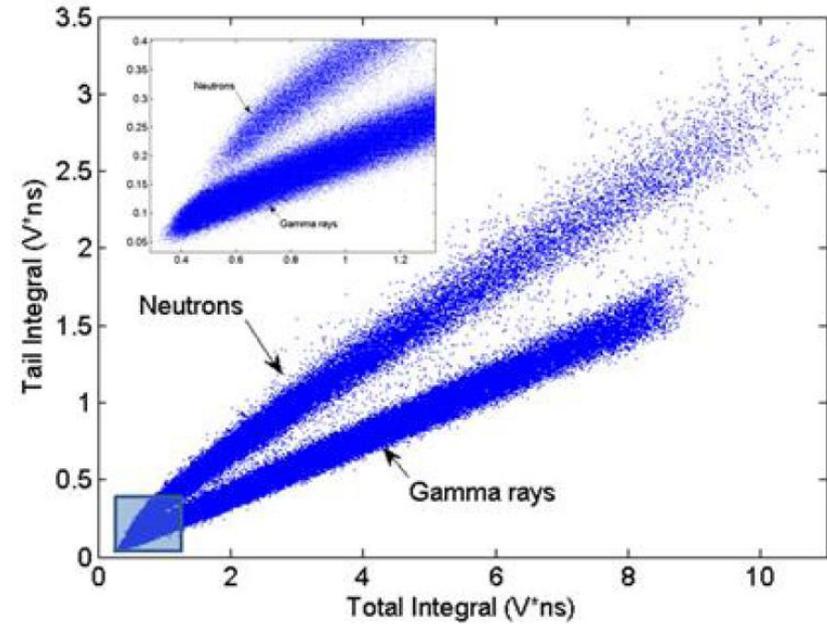
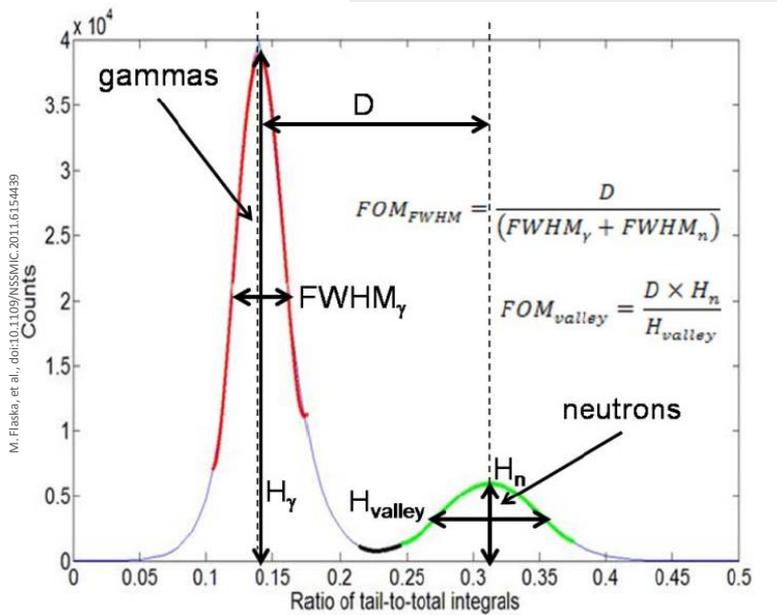


Fig. 1. Tail vs. total integral of measured pulses with a 5-inch by 5-inch EJ-309 detector and a Cf-252 source at a threshold of 70 keVee (70 keV electron equivalent). Each point represents one measured waveform (either gamma ray or neutron).

Méthode difficilement réalisable en analogique pour obtenir de bons résultats à basse énergie (commutation de portes d'intégration).

# EVALUER UN TRAITEMENT



Se ramener à un histogramme 1D (sélection / projection)

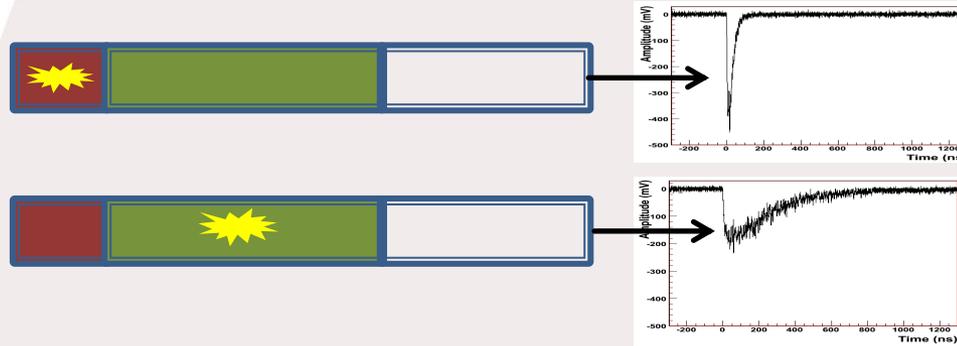
Calculer un facteur de mérite (FOM = Figure Of Merit)

FWHM : exprime la distance entre pics en termes de FWHM moyenne (le facteur 2 est mis ici pour une cohérence mathématique)

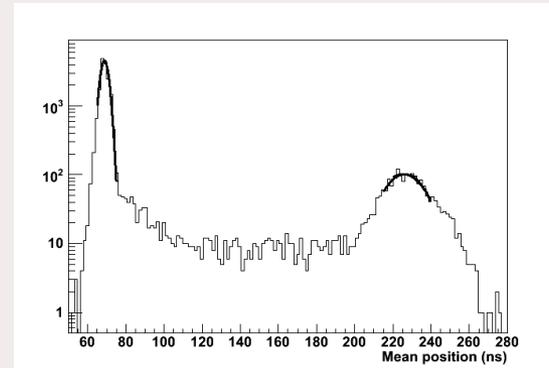
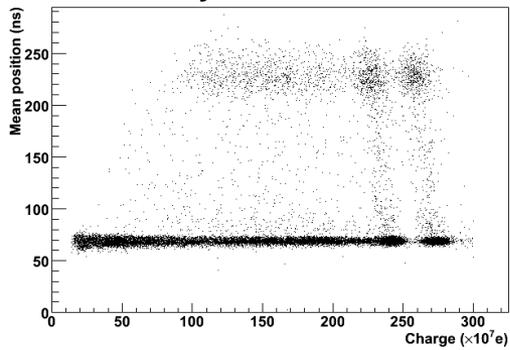
$$\frac{2|x_2 - x_1|}{FWHM_1 + FWHM_2}$$

Valley : le « Peak to Valley ratio » ou P/V est à la fois une indication sur la largeur du pic, mais aussi sur le bruit (acquisition / numérisation) et les effets liés aux hauteurs différentes des pics

# MOMENTS STATISTIQUES

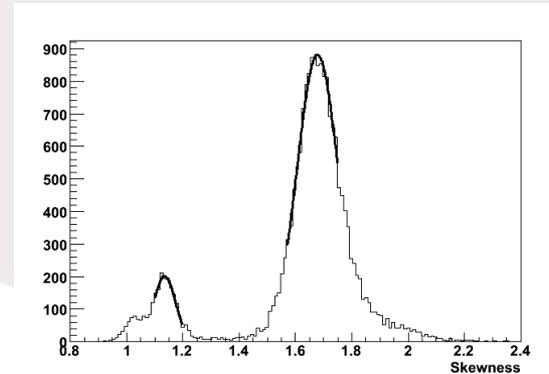
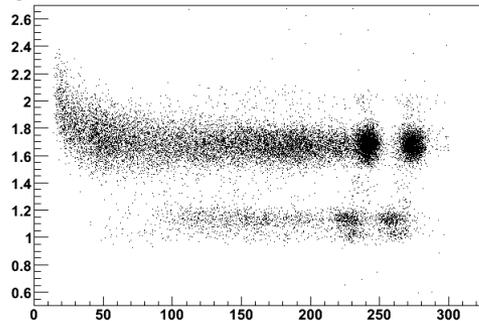


## Position moyenne vs Q



$$\frac{2|x_2 - x_1|}{FWHM_1 + FWHM_2} = 10.8$$

## Asymétrie vs Q



$$\frac{2|x_2 - x_1|}{FWHM_1 + FWHM_2} = 4.15$$

Moments calculés sur la largeur, calculée sur le 1/10<sup>e</sup> de l'amplitude (signal filtré)

# MOMENTS STATISTIQUES / DÉFINITIONS

Considérer le signal comme une distribution

Moyenne, écart-type, asymétrie de la courbe (skewness), kurtosis (« piqué »)

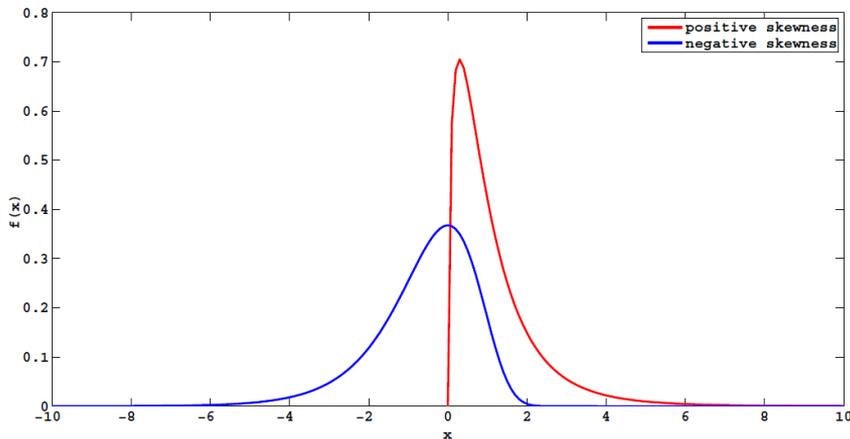
$$\mu_0(i) = \int i(t) dt$$

$$\mu_1(i) = \frac{1}{\mu_0} \int ti(t) dt$$

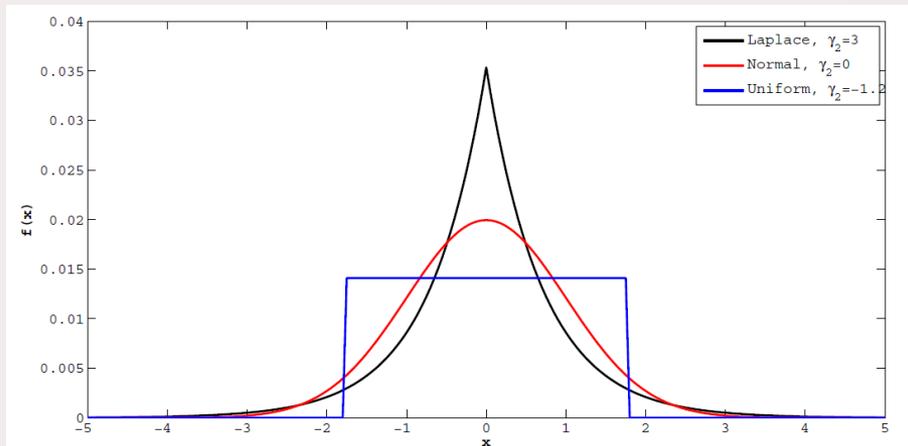
$$\mu_n(i) = \frac{1}{\mu_0} \int (t - \mu_1)^n i(t) dt \quad n \geq 2$$

$$\sigma(i) = \sqrt{\mu_2}, \quad \gamma_1(i) = \frac{\mu_3}{\sigma^3}, \quad \gamma_2(i) = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

$\sigma(i_2 - i_1)$  L'écart type d'une différence de signaux, c'est une manière de calculer la distance qui les sépare



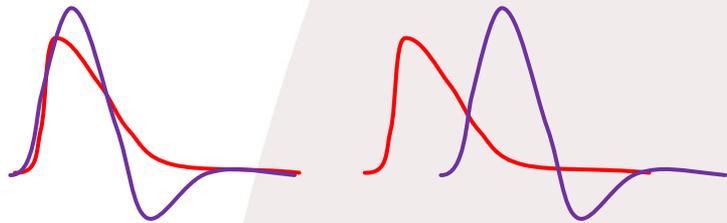
(a) Illustration of Skewness.



(b) Illustration of Kurtosis.

# COMPARAISON DE SIGNAUX

Pour les vecteurs :  $\|\vec{a} - \vec{b}\|^2 = \|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$   
 $= (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$



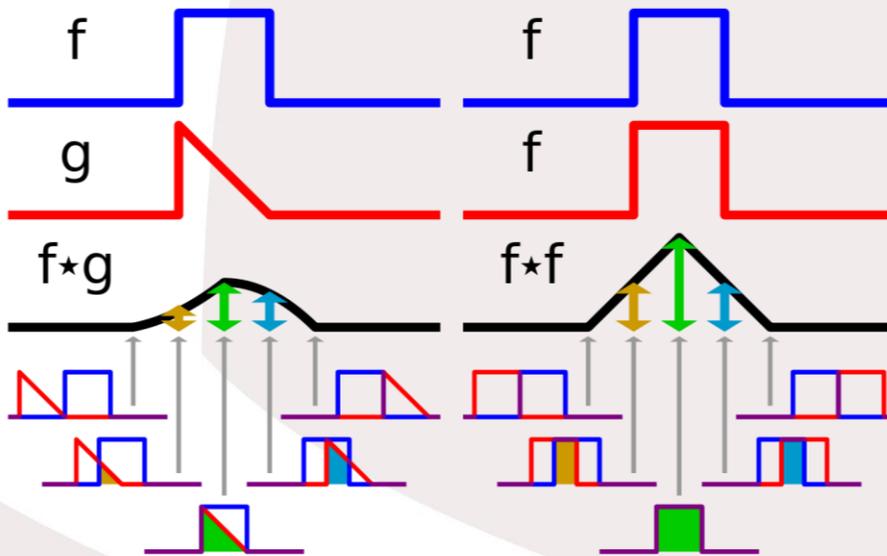
Pour les signaux :  $\left( \int_I |f(\tau) - g(\tau)|^2 d\tau \right)^{\frac{1}{2}}$   
 (distance = FOM)

Distance entre deux signaux : décalage en forme et en temps

Comme pour les moments, on considère le signal comme une densité de probabilité du temps.

Cross-correlation

Autocorrelation



Wikipedia

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t + \tau)g(\tau)d\tau$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t + \tau)g(\tau)d\tau$$

$$\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(\tau)d\tau} \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} g^2(\tau)d\tau}$$

## À RETENIR...

---

29 nov. 2012

**Observer les signaux avant de se précipiter sur le code**

Résumer de manière simple les différences entre signaux

Essayer différentes représentations simples (amplitude, charge, temps, statistique)

Chiffrer les performance d'une méthode par des facteurs de mérite appropriés

# FILTRAGE ANALOGIQUE

---

## Modélisation d'un système linéaire

Réponse impulsionnelle

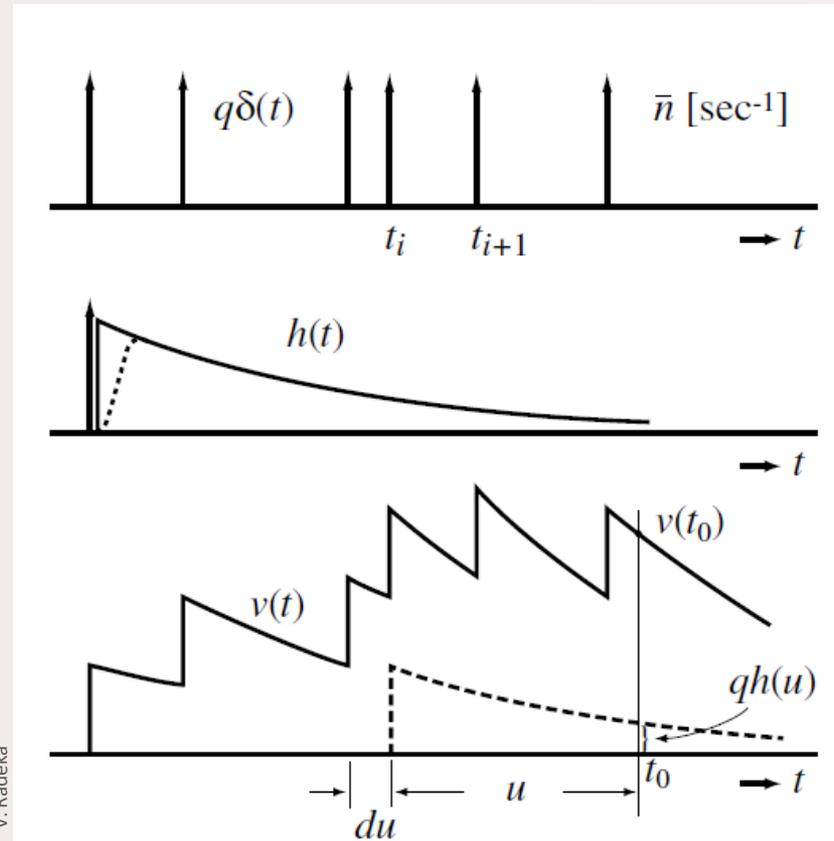
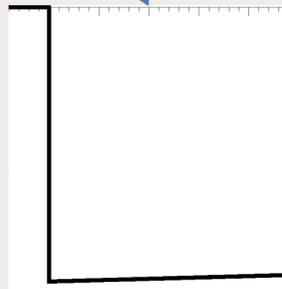
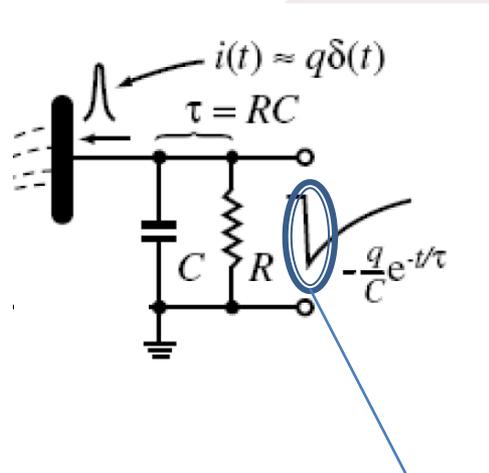
Convolution

## Représentation fréquentielle

Transformée de Fourier

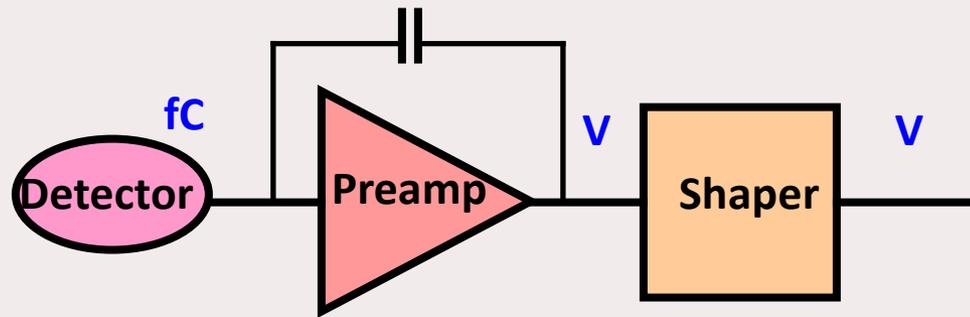
Exemples

# MODÉLISATION D'UN SYSTÈME LINÉAIRE

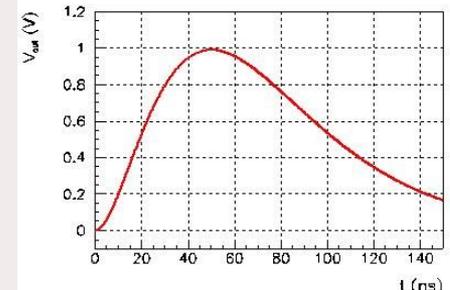
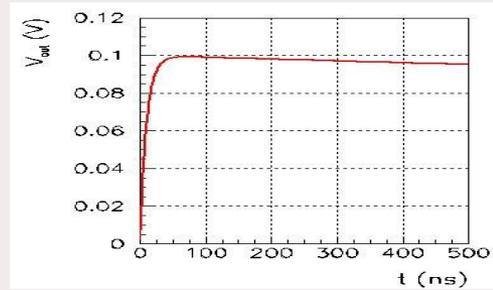
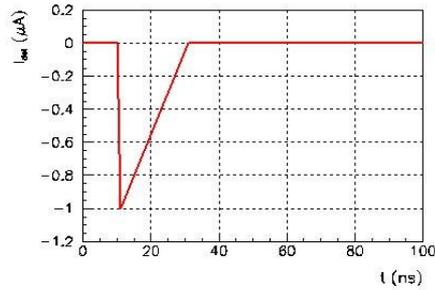


Empilement (pile-up) à cause de la persistance

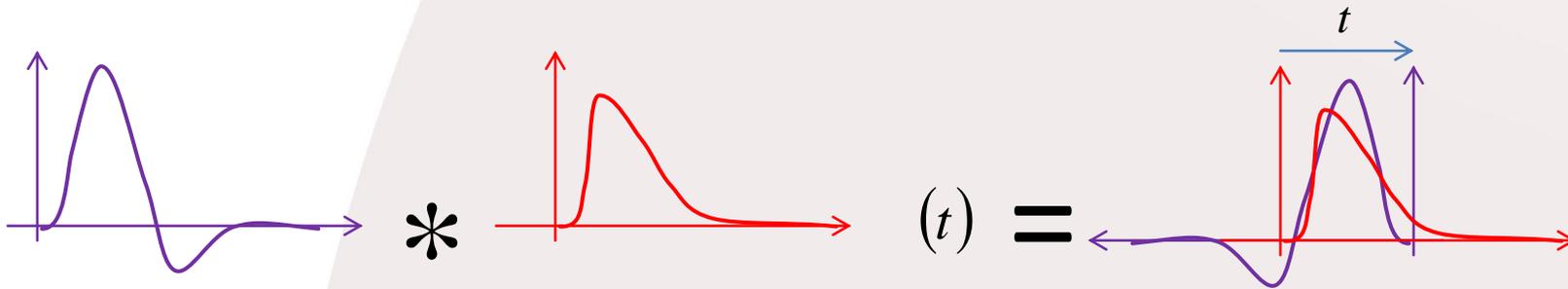
# MÉTHODES ANALOGIQUES DU TRAITEMENT DE L'EMPILEMENT 29 nov. 2012



C. De La Taille



# REPRÉSENTATION D'UN FILTRE : CONVOLUTION

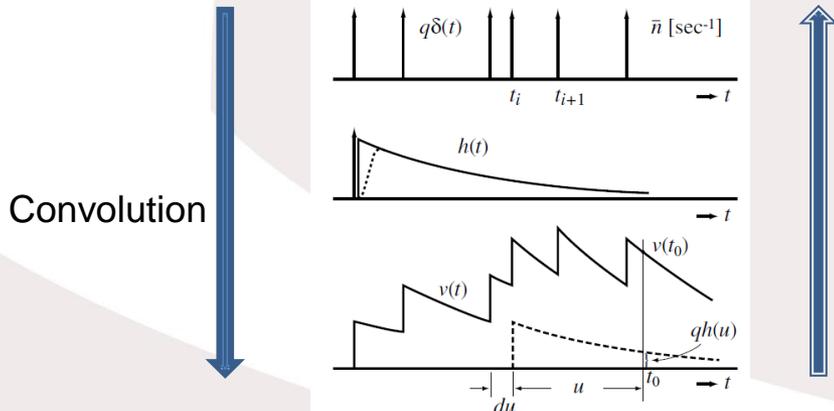
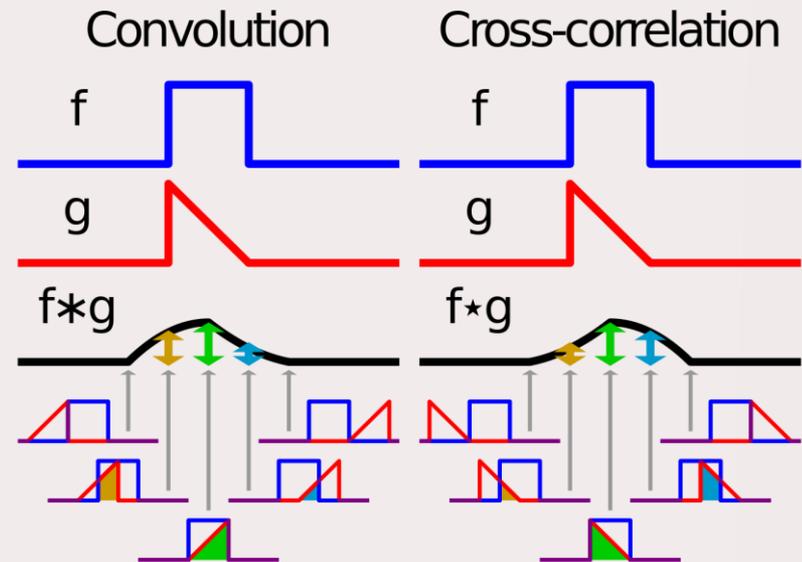


$$(h * i)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau) i(\tau) d\tau$$

$$i * h = h * i$$

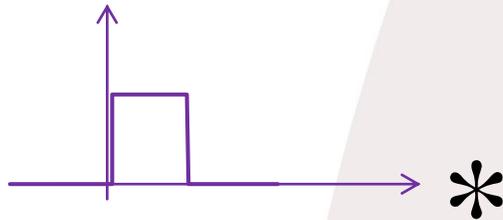
$$(h_1 + h_2) * i = (h_1 * i) + (h_2 * i)$$

$$(h_1 * h_2) * i = h_1 * (h_2 * i)$$

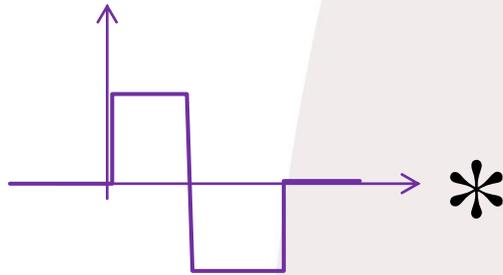


*La déconvolution est un des rêves du traitement du signal : revenir à l'information d'origine.*

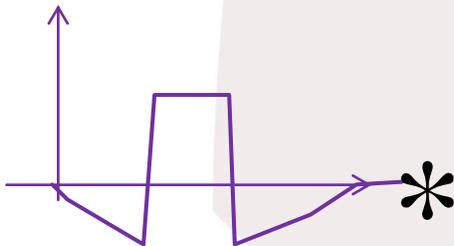
# CONVOLUTION : QUELQUES EXEMPLES



Intégrale (porte en temps) /  
moyenne mobile



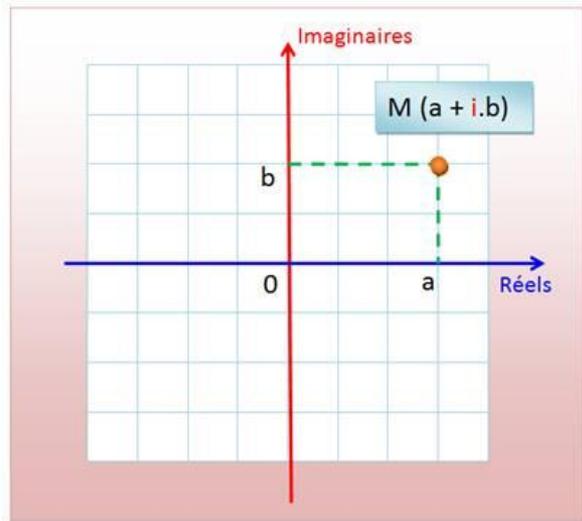
Intégrale et soustraction de ligne de base



Intégrale et soustraction de dérive

# SIMPLIFIER LA CONVOLUTION : TRANSFORMÉE DE FOURIER

Principe: décomposition bi-univoque d'un signal par la base de fonctions  $t \mapsto \exp(-2\pi j \nu t)$



$$i(t) = \int_{+\infty}^{-\infty} \hat{i}(\nu) \exp(2\pi j \nu t) d\nu$$

$$\hat{i}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(t) \exp(-2\pi j \nu t) dt$$

$$\text{TF}(i) = \hat{i}$$

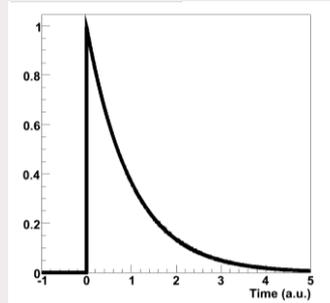
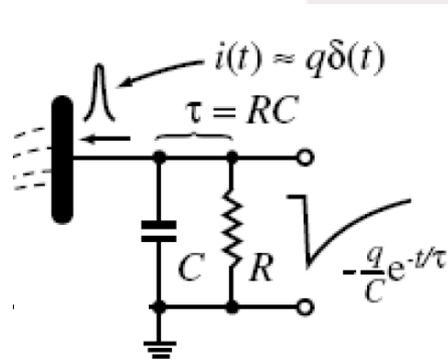
$$\text{TF}(h * i) = \text{TF}(h) \text{TF}(i)$$

Intégration :  $/j\omega$

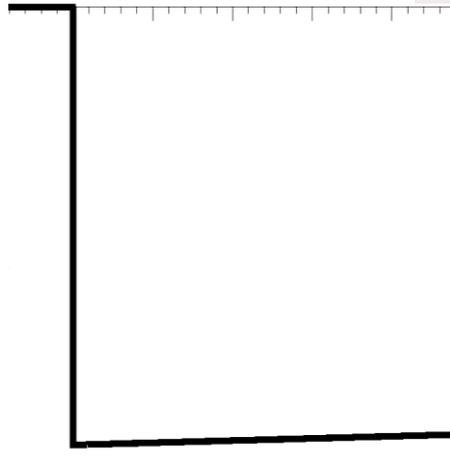
Dérivation :  $\times j\omega$

Déconvolution plus simple... en principe

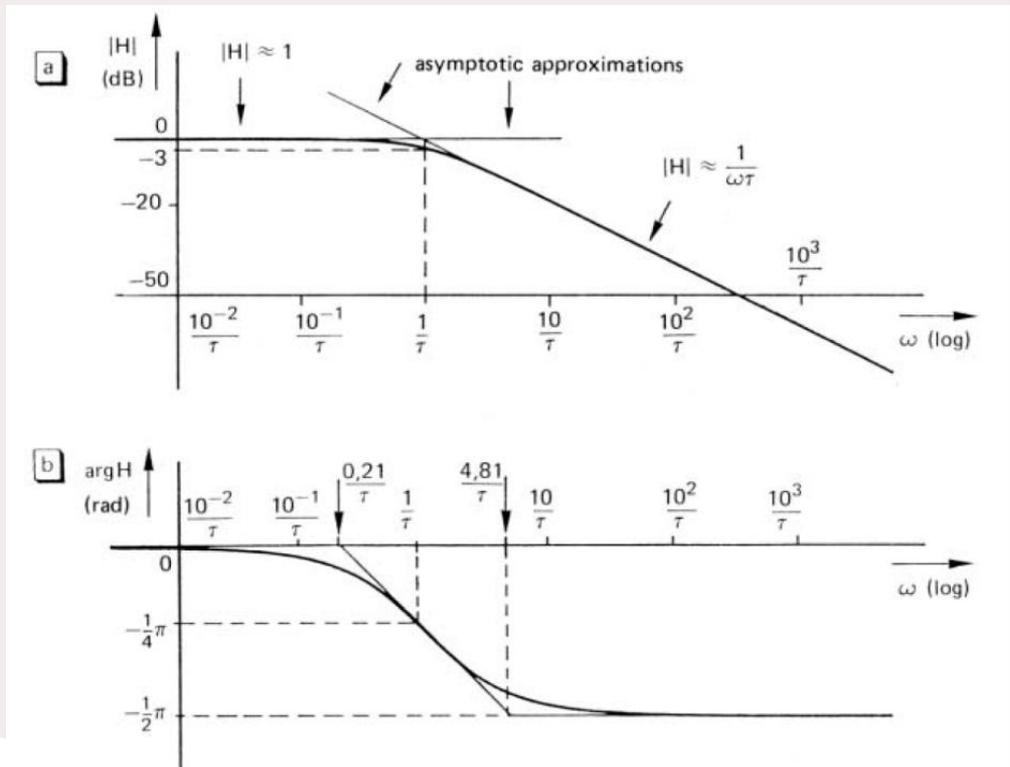
# EXEMPLE : INTÉGRATION ANALOGIQUE



$$v(t) = \frac{q}{C} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \leftrightarrow \hat{v}(\omega) = \frac{q\tau}{C} \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$



## Diagramme de Bode



# EXEMPLE : MOYENNE MOBILE

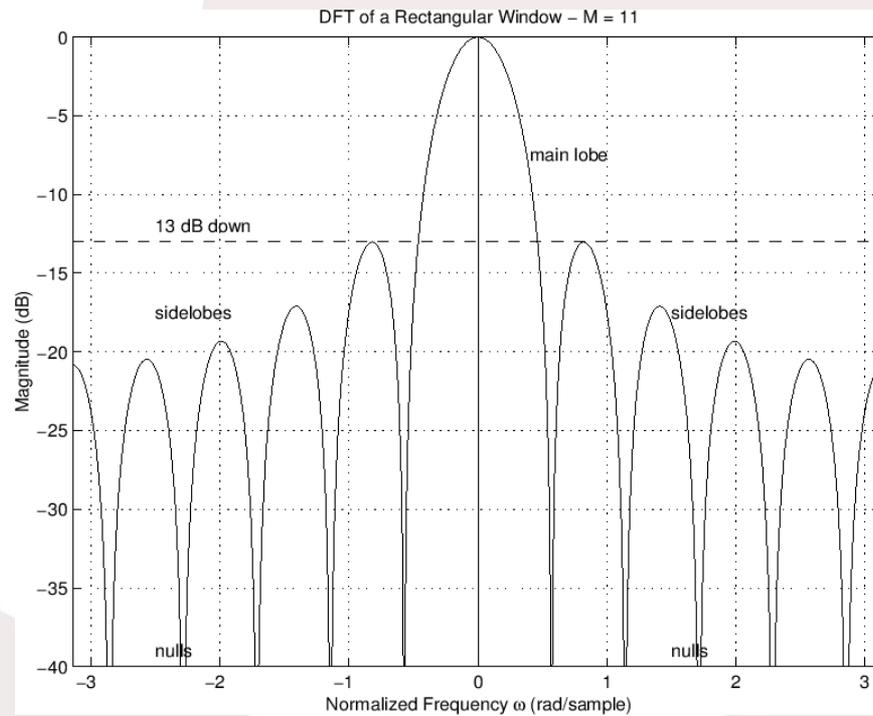
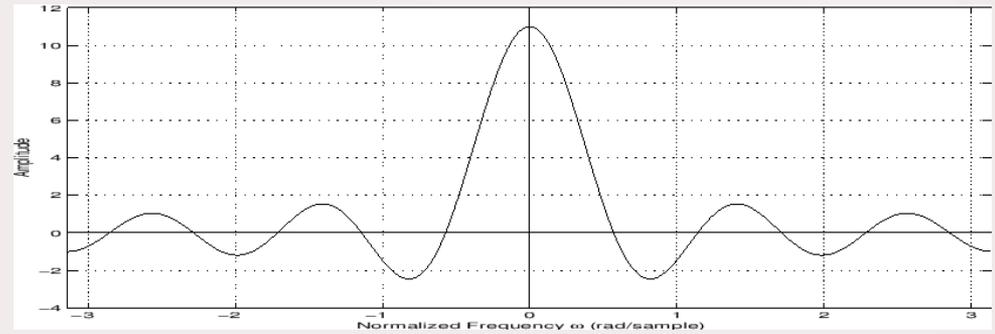
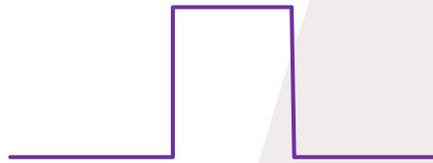
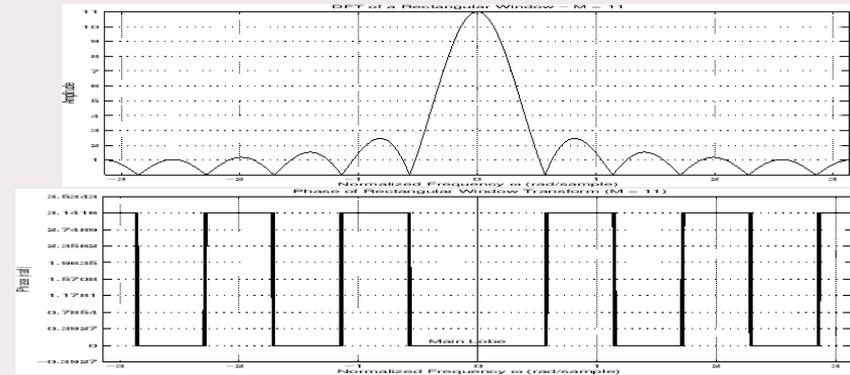


Diagramme de Bode



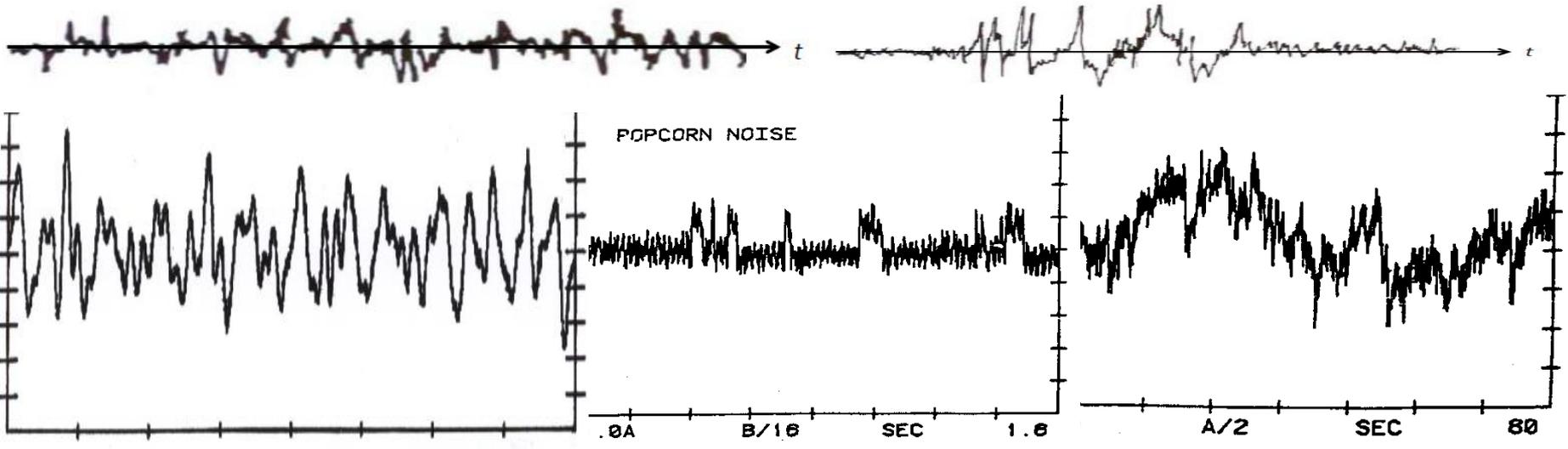
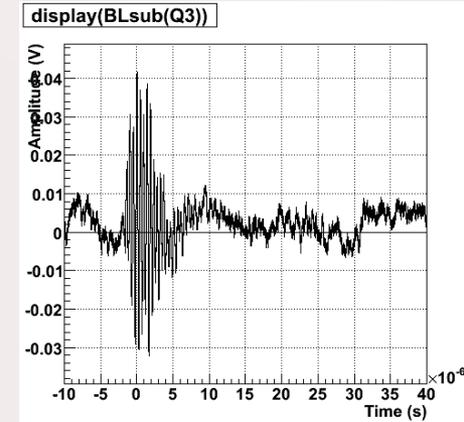
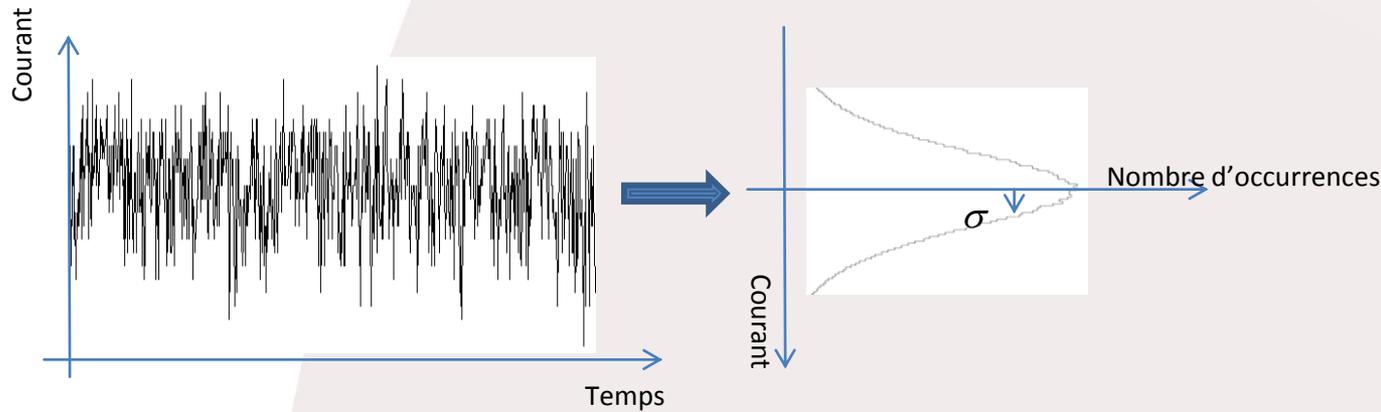
# MODÉLISER LE BRUIT

---

29 nov. 2012

Les différentes formes de bruit  
Densité spectrale de puissance  
Exemple dans le cas d'un préamplificateur  
Exemple de filtre adapté au traitement numérique

# LES BRUITS ÉLECTRONIQUES « ANALOGIQUES »



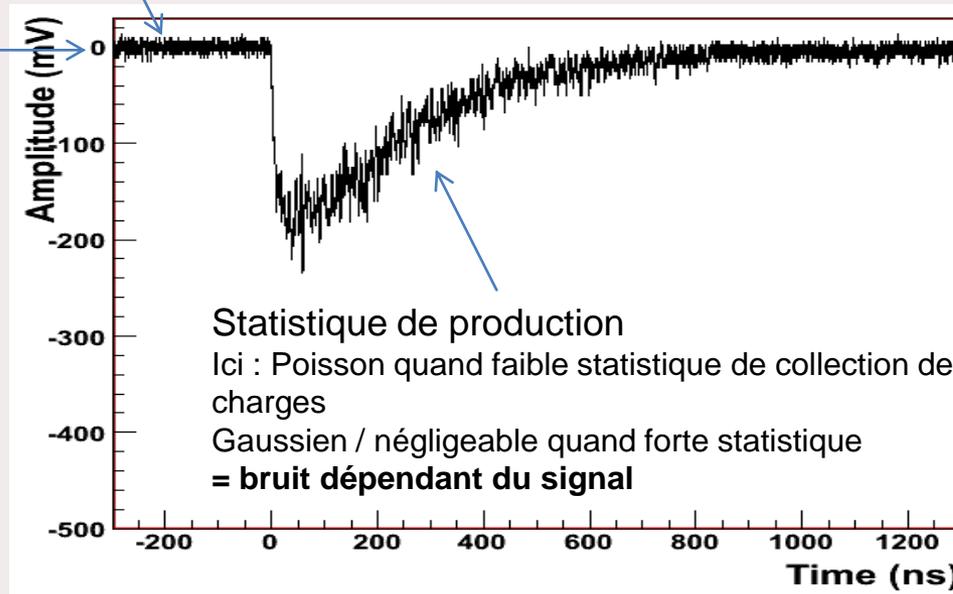
Bruit pas toujours gaussien, selon l'origine physique

Détermination de structures périodiques (période, intensité): corrélation du signal sur lui-même (autocorrélation)

# IL N'Y A PAS QUE LE BRUIT ÉLECTRONIQUE...

Bruit électronique  
Perturbations E.M.  $\approx$  gaussien  
Distorsions = pas gaussien  
**Indépendant du signal**

Ligne de base  
Imprévisible à cette échelle  
Dépend du système (E. M.)  
Liée à l'électronique et aux événements antérieurs  
**= dépendant potentiellement de la statistique du signal**



Un bruit d'impulsions peut être approché par un modèle statistique (théorème de Campbell) :

$$\left[ \overline{v_n^2} \right]^{1/2} = \left[ \lambda \int_{-\infty}^{+\infty} \phi^2(t) dt \right]^{1/2}$$

Pour un bruit de forme fixe  $\phi$  et de taux moyen  $\lambda$ .

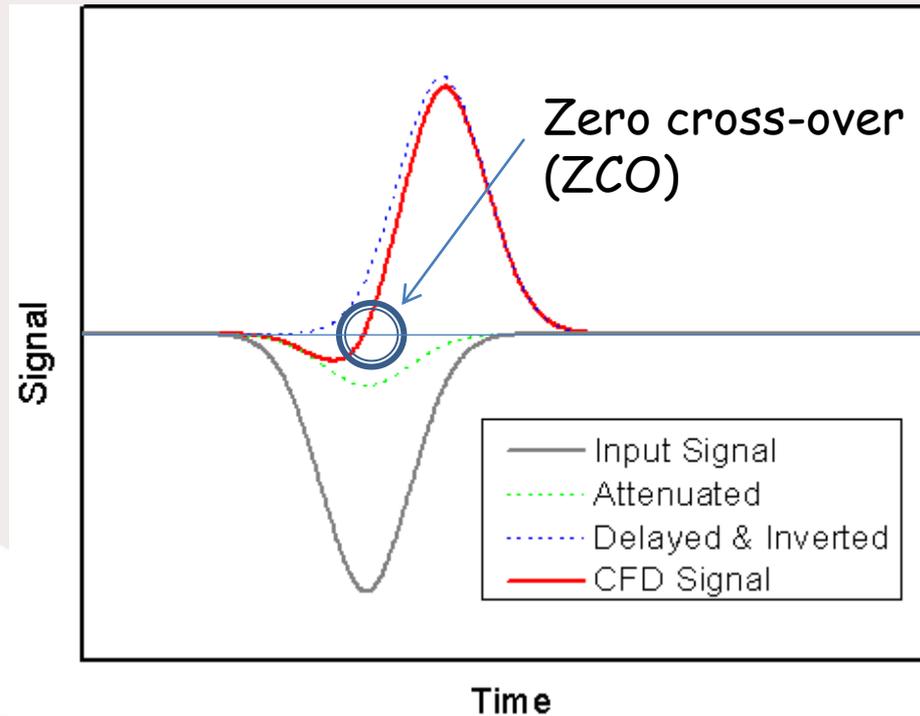
# IMPACT DE L'AMPLITUDE SUR LA MESURE DU TEMPS

Amplitude fluctuation



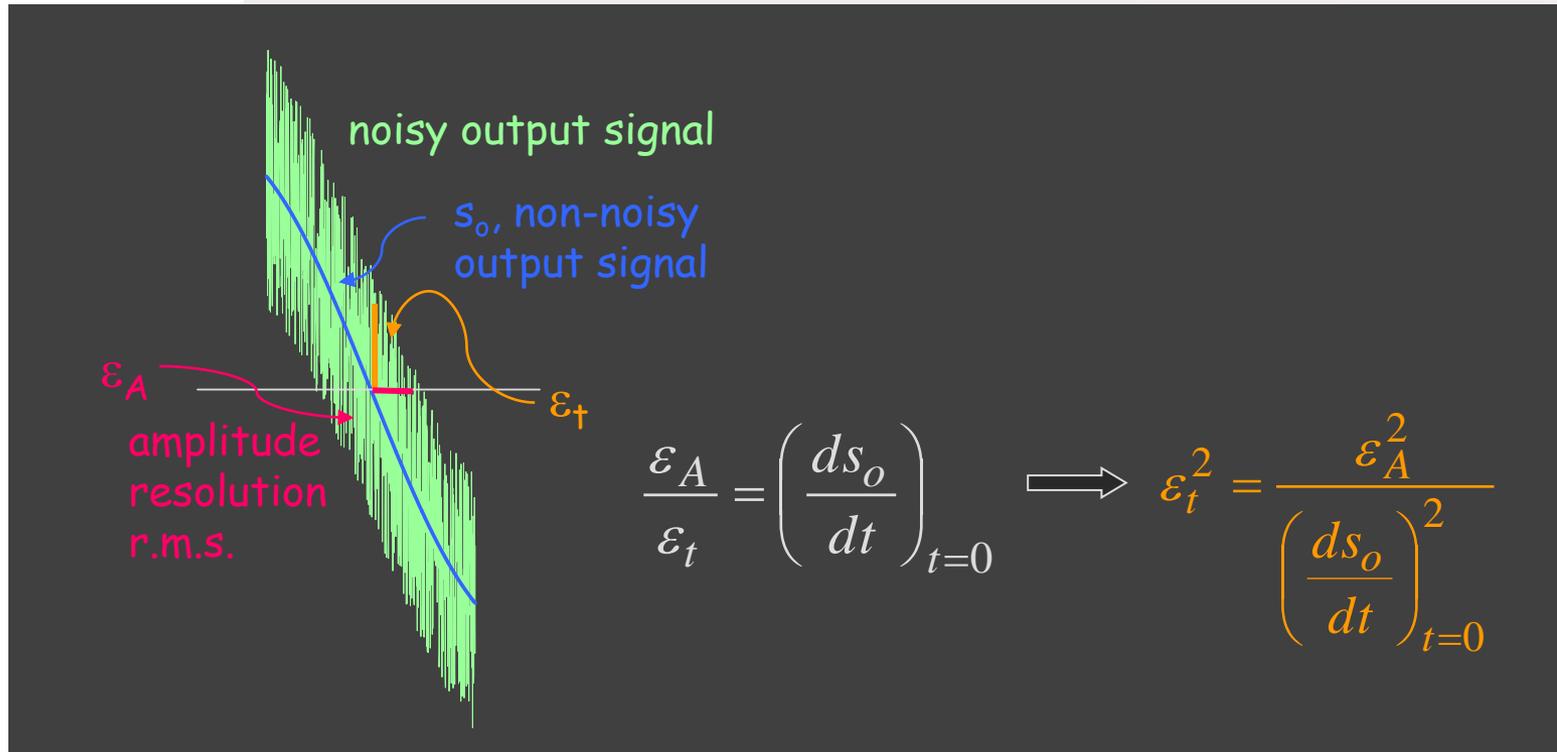
Constant Fraction  
 dCFD = digital Constant Fraction Discriminator

time walk



Time

# IMPACT DU BRUIT SUR LA MESURE DU TEMPS



Attention au bruit si mesure de position du maximum par différentiation + ZCO !

# REPRÉSENTATION FRÉQUENTIELLE DU BRUIT

Rappel : addition du bruit = somme quadratique (si bruits indépendants)

$$\sigma_{total}^2 = \sigma_0^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots \rightarrow \sigma_{total}^2 = \int S^2(\nu) d\nu$$

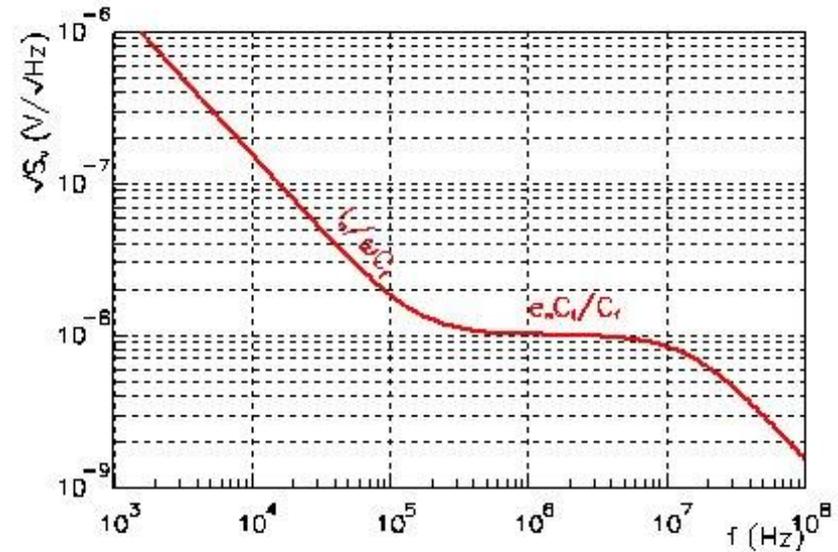
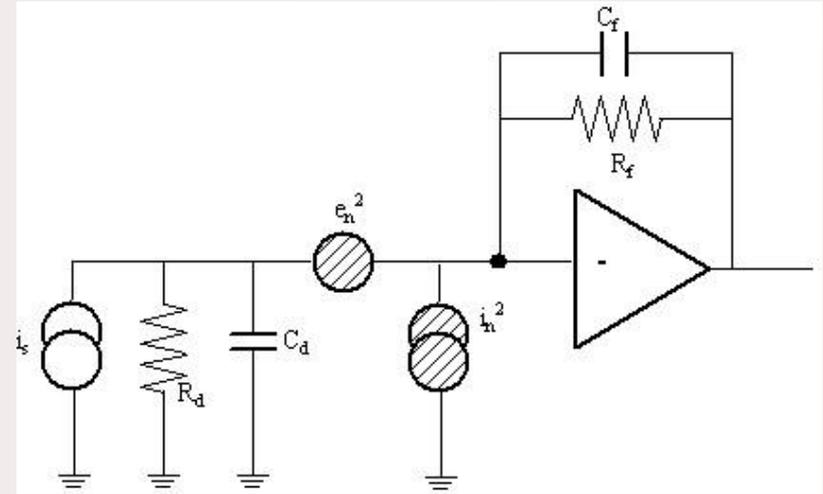
Densité spectrale de puissance = transformée de Fourier de l'autocorrélation

Unité : V/√Hz (ou A/√Hz)

Ou bruit en charge équivalente (**ENC**, equivalent noise charge) = charge de bruit équivalente en entrée :  $ENC = C \cdot \int S_v / G$

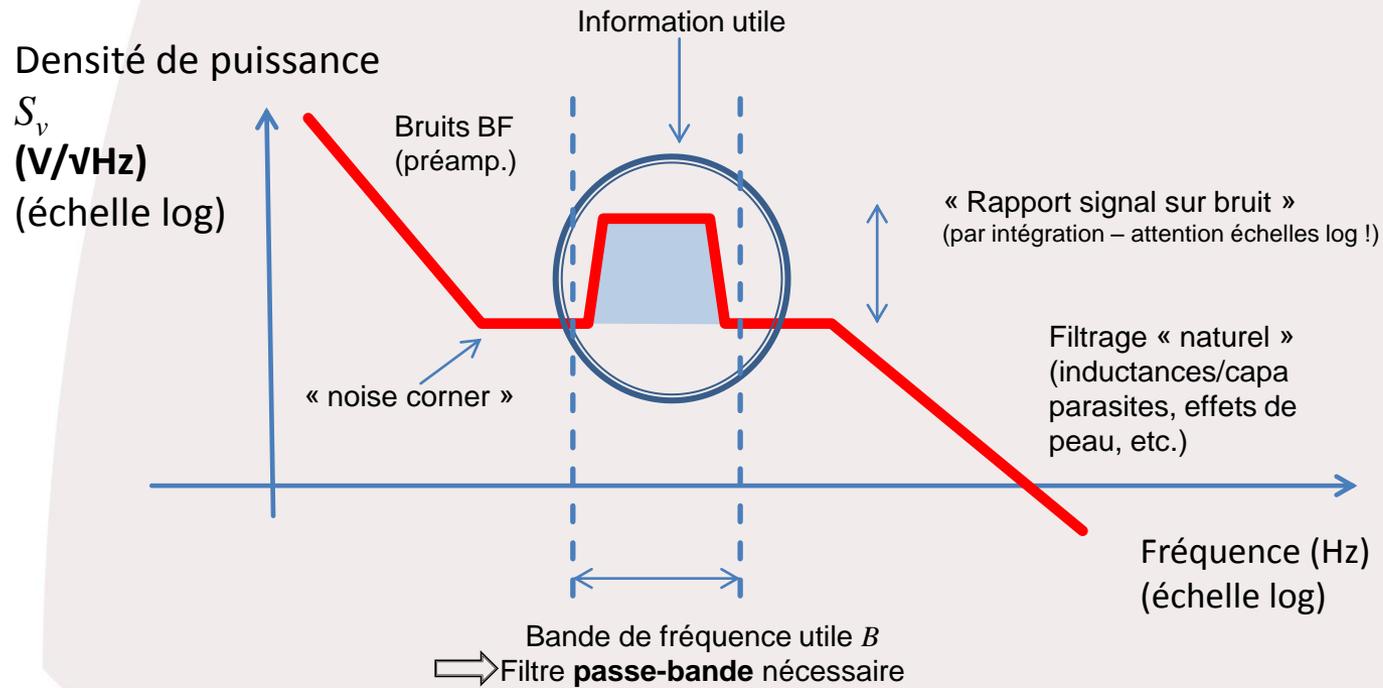
# MODÉLISATION DES SOURCES DE BRUIT

- 2 sources de bruit ramenées à l'entrée
  - Bruit parallèle :  $i_n^2$
  - Bruit série:  $e_n^2$
- Densité spectrale de puissance en sortie
  - $S_v(\omega) = (i_n^2 + e_n^2/|Z_d|^2) / (\omega^2 C_f^2)$   
 $= i_n^2 / (\omega^2 C_f^2) + e_n^2 C_d^2 / C_f^2$
  - Le bruit parallèle décroît avec  $1/\omega^2$
  - Le bruit série est plat avec un « gain » de  $C_d/C_f$
- Bruit Rms  $V_n$ 
  - $V_n^2 = \int S_v(\omega) d\omega/2\pi \rightarrow \infty (!)$



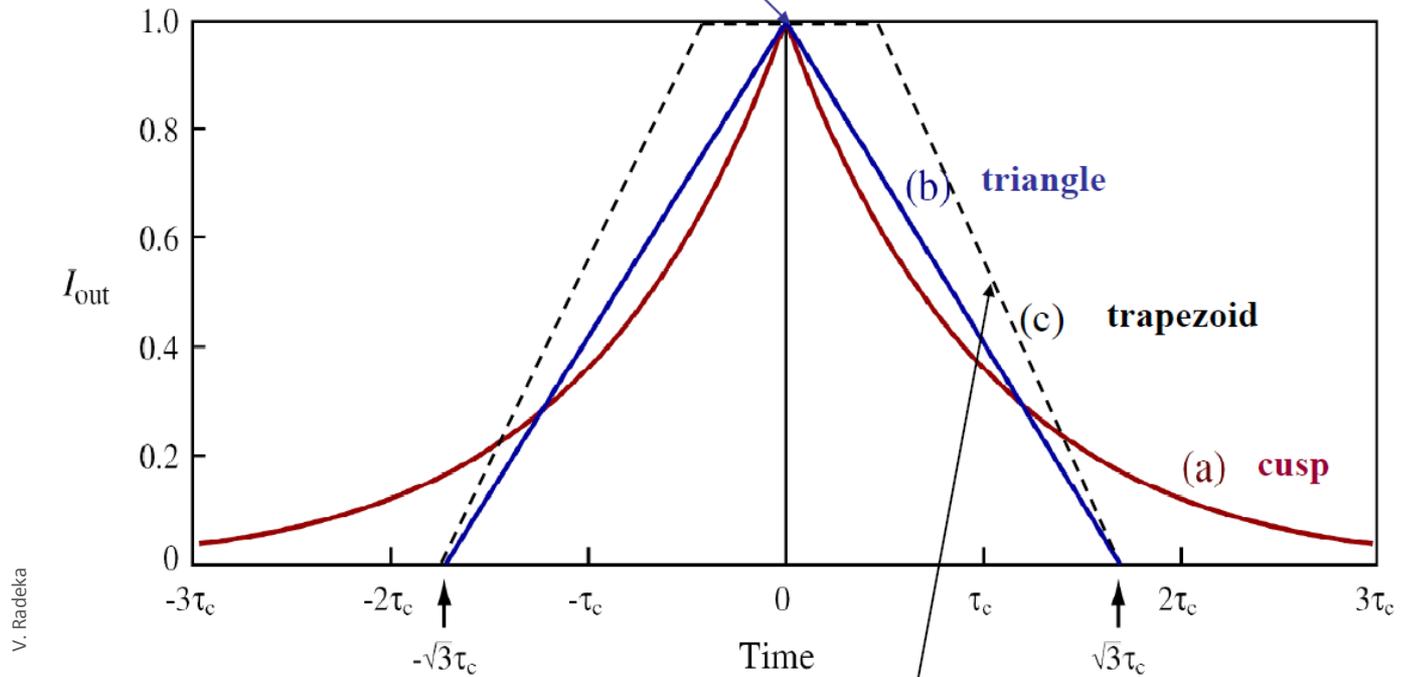
$$2\pi f_c = \omega_c = 1/\tau_c \quad \tau_c = C_d \frac{e_n}{i_n}$$

# BRUIT ET SIGNAL



# APPLICATION : FILTRE OPTIMAL ET APPROXIMATIONS

## Optimum Filter for Amplitude Measurement (delta function signal current)



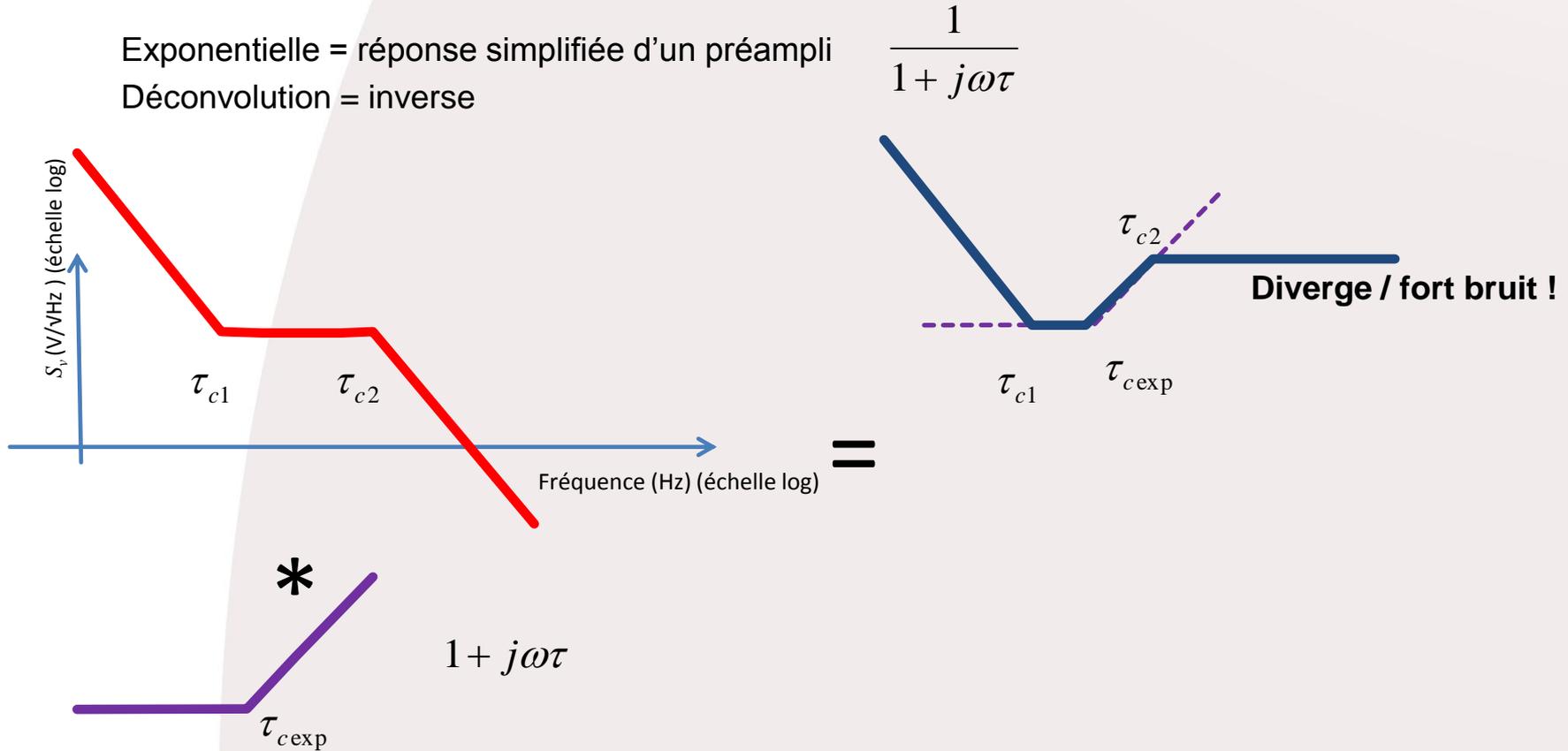
V. Radeka

$\tau_c =$  noise corner time constant

Trapezoid  $w(t)$  for reduced ballistic deficit with finite width signal current

# APPLICATION : DÉCONVOLUTION D'UNE EXPONENTIELLE

Exponentielle = réponse simplifiée d'un préampli  
Déconvolution = inverse



La déconvolution n'est pas stable à cause du bruit = il faut couper les hautes fréquences  
= méthode connue chez nous sous le nom **MWD** (moving window deconvolution) de  
« **Filtre de Jordanov** » si le filtre de suppression de bruit est un trapézoïdal

## À RETENIR

29 nov. 2012

- Il est possible de déterminer la forme d'un filtre en connaissant le bruit
- Dialoguer avec l'électronicien analogique / physicien pour savoir quels sont les phénomènes dominants
- Faire des mesures de bruit
- Attention aux horloges et autres signaux logiques qui génèrent du bruit : veiller à la compatibilité électromagnétique (CEM)

### Pour en savoir plus

- E. Gatti, P. F. Manfredi, *Processing the Signals from Solid-State Detectors in Elementary-Particle Physics*, Riv. Nuovo Cimento, 9 (1986) 1-146
- V. Radeka, *Low-noise techniques in detectors*, Ann. Rev. Sci., 38 (1988), 217-277

# LA NUMÉRISATION

---

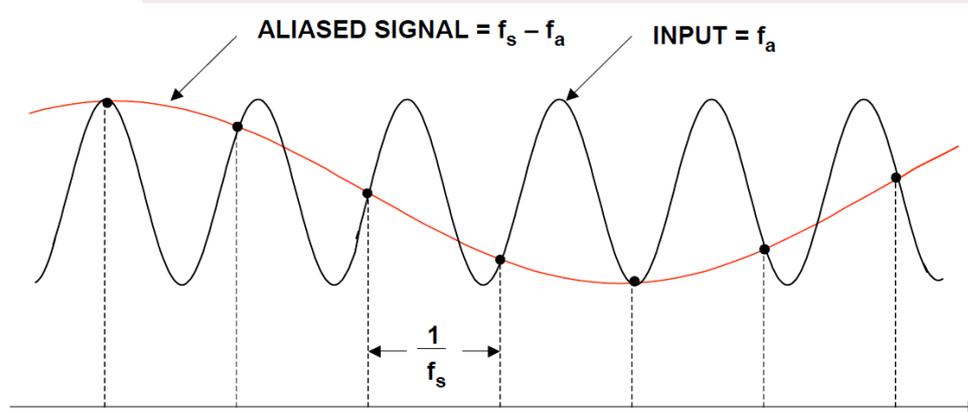
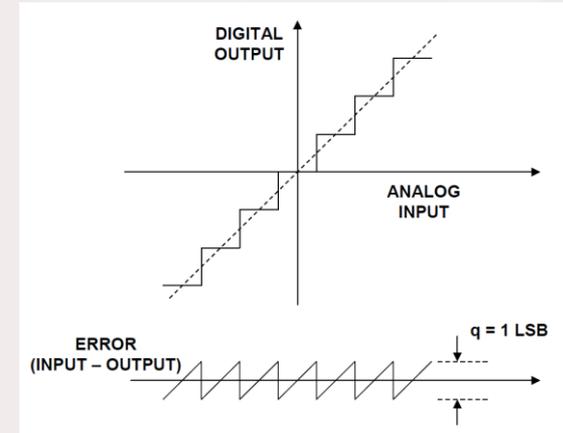
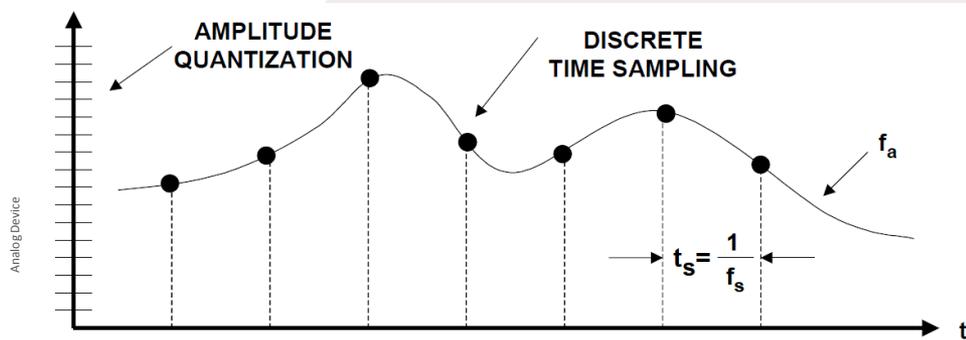
29 nov. 2012

Généralités

L'importance du filtrage analogique en amont

Les erreurs / limites de la numérisation

# NUMÉRIISATION

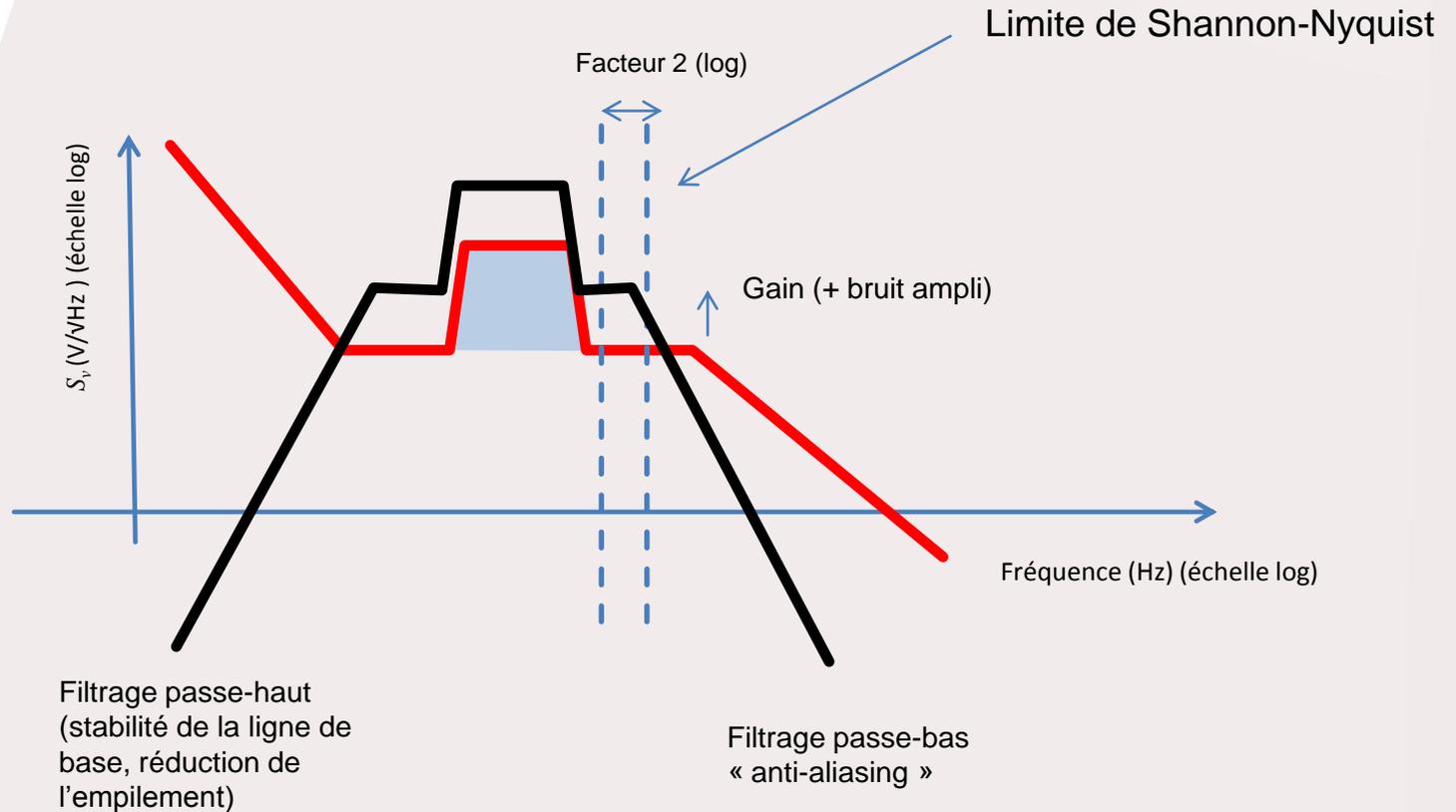


NOTE:  $f_a$  IS SLIGHTLY LESS THAN  $f_s$

La numérisation fait perdre de l'information et peut introduire des erreurs lors de la reconstruction : **il faut limiter la bande passante d'entrée (Nyquist/Shannon)  $f_s > 2f_a$**

On appelle souvent le filtre avant ADC « anti-aliasing filter »

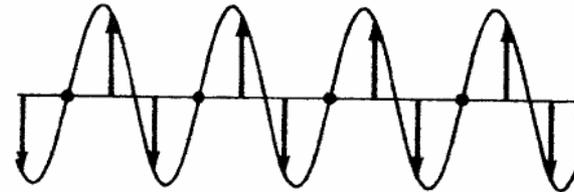
# TRANSITION ANALOGIQUE-NUMÉRIQUE : LE FILTRE



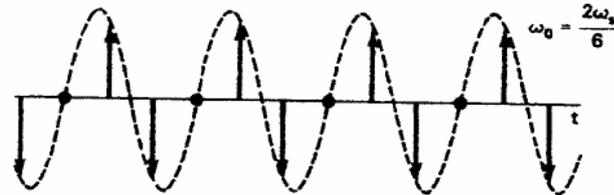
Malgré le filtrage analogique, il reste toujours un peu de bruit !

# QUE SIGNIFIE VRAIMENT LE THÉORÈME DE NYQUIST ?

Sampling above  
Nyquist rate  
 $\omega_s = 3\omega_m > \omega_{s0}$

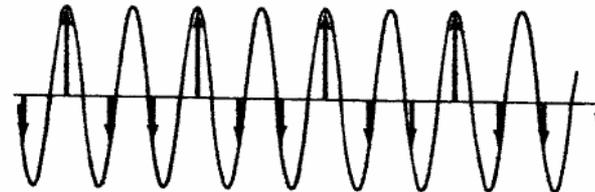


Reconstructed  
= original

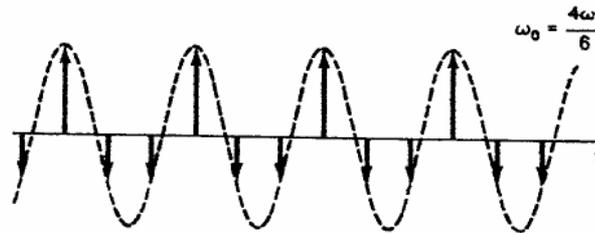


(b)

Sampling under  
Nyquist rate  
 $\omega_s = 1.5\omega_m < \omega_{s0}$



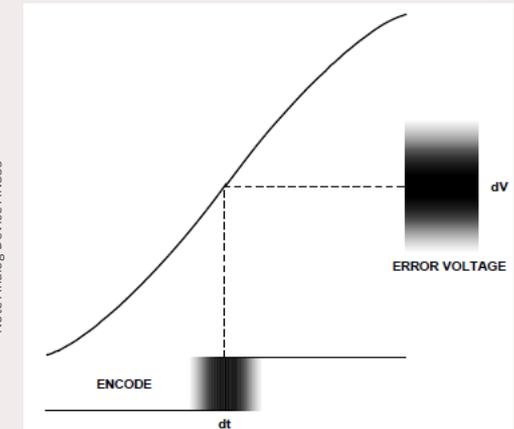
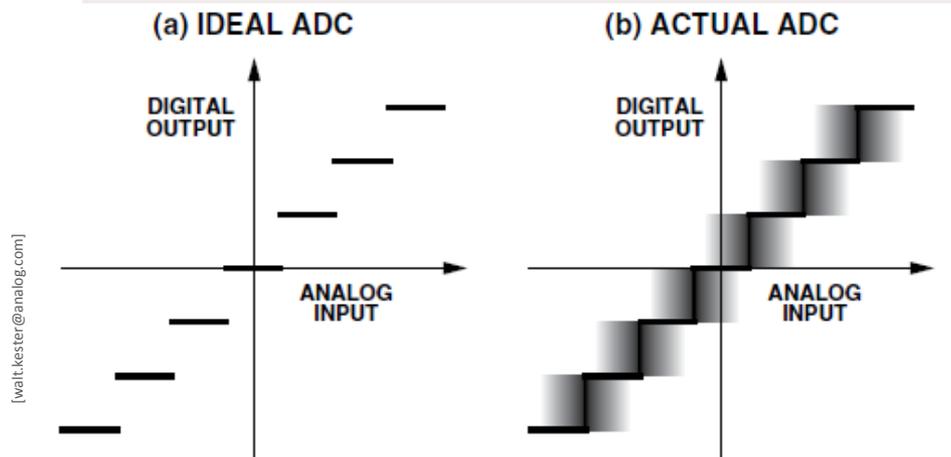
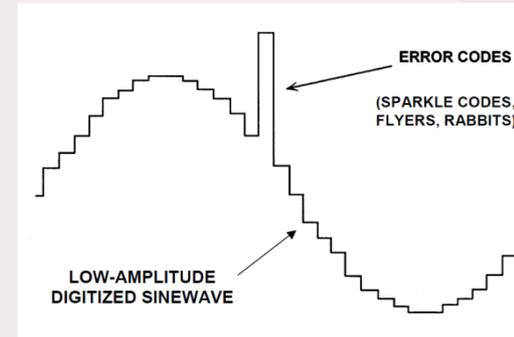
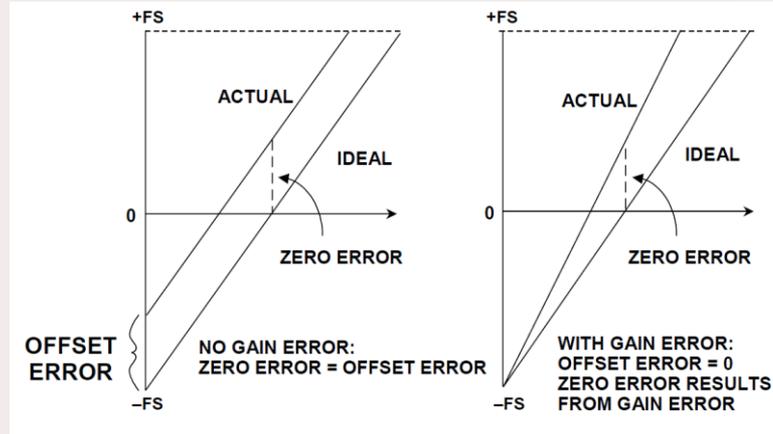
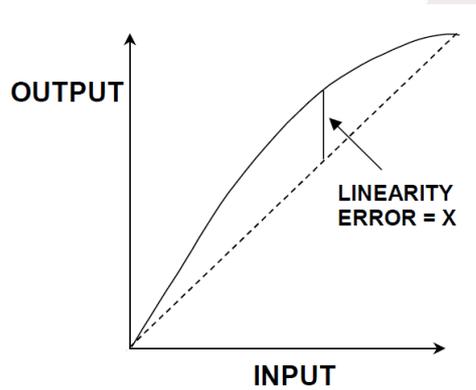
Reconstructed  
≠ original



(c)

**Etre à la limite en bande passante peut demander un traitement  
additionnel d'interpolation / ajustement ou une connaissance a  
priori de la forme du signal d'entrée... et une très bonne horloge**

# ERREURS DE NUMÉRISATION



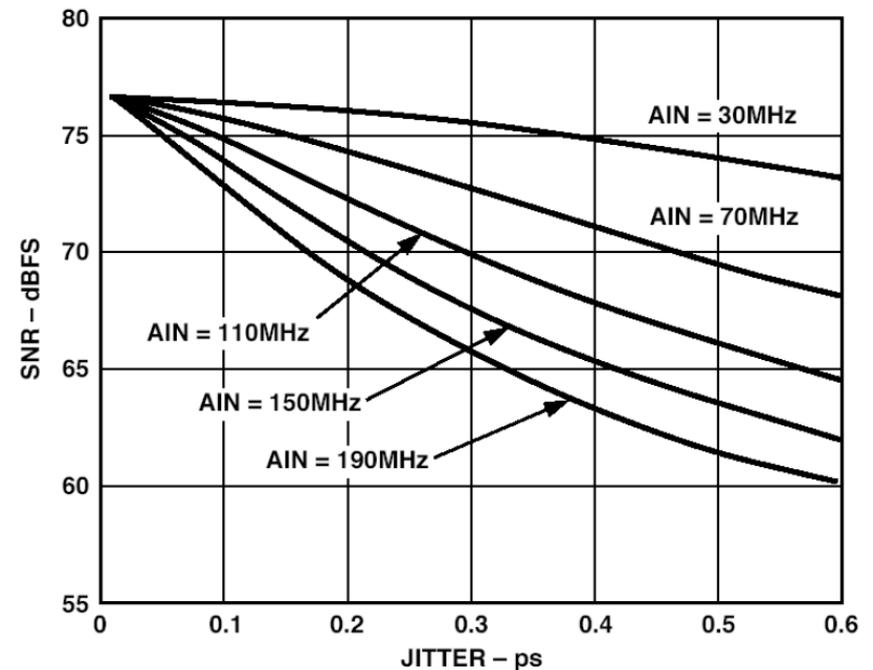
Nombre de bits effectifs (**ENOB**) < nombre de bits de l'ADC

# CALCUL DE DÉGRADATION DE PERFORMANCES

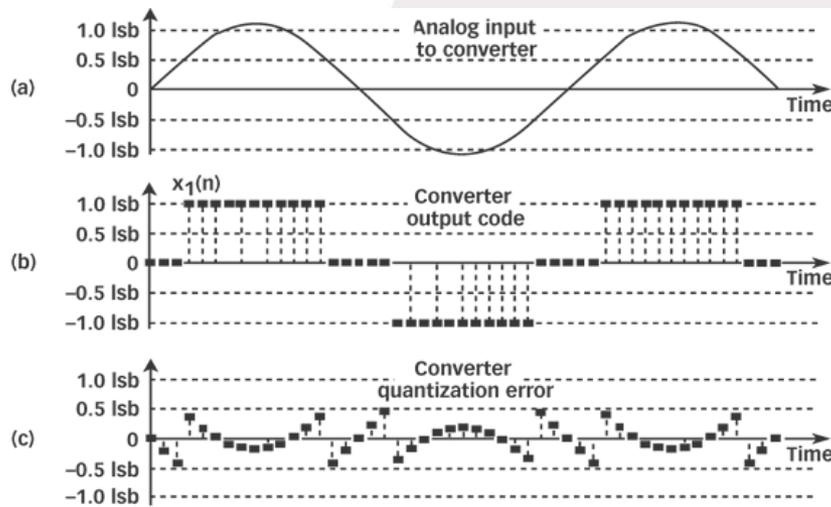
Note Analog Device

$$\text{SNR} = -20 \log_{10} \left[ \underbrace{(2\pi \times f_a \times t_{j \text{ rms}})^2}_{\text{SAMPLING CLOCK JITTER}} + \underbrace{\frac{2}{3} \left[ \frac{1 + \epsilon}{2^N} \right]^2}_{\text{QUANTIZATION NOISE, DNL}} + \underbrace{\left[ \frac{2 \times \sqrt{2} \times V_{\text{NOISErms}}}{2^N} \right]^2}_{\text{EFFECTIVE INPUT NOISE}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

- $f_a$  = Analog input frequency of fullscale input sinewave
- $t_{j \text{ rms}}$  = Combined rms jitter of internal ADC and external clock
- $\epsilon$  = Average DNL of the ADC (typically 0.41 LSB for AD6645)
- $N$  = Number of bits in the ADC
- $V_{\text{NOISErms}}$  = Effective input noise of ADC (typically 0.9LSB rms for AD6645)



# QUAND LE BRUIT (GAUSSIEN) EST NOTRE AMI



3. Quantization errors can occur when a sampled (a) low-level analog signal is converted to (b) an ADC output sequence, resulting in highly periodic quantization noise (c).

J. Vanderkooy, s. Lipshitz, 1984

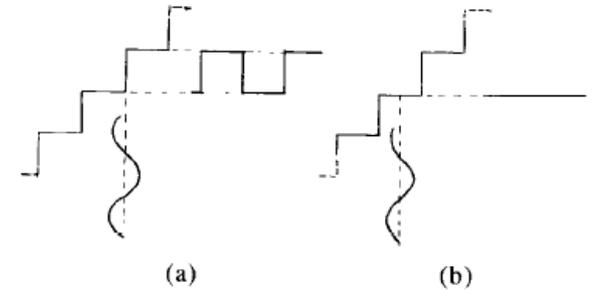


Fig. 4. Effect of the ADC steps on small signals with no applied dither. (a) The sine-wave input signal gives a large clipped output. (b) No output.

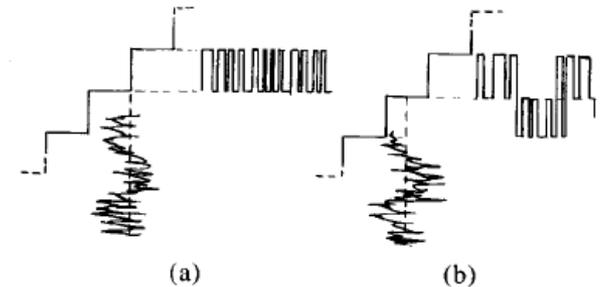
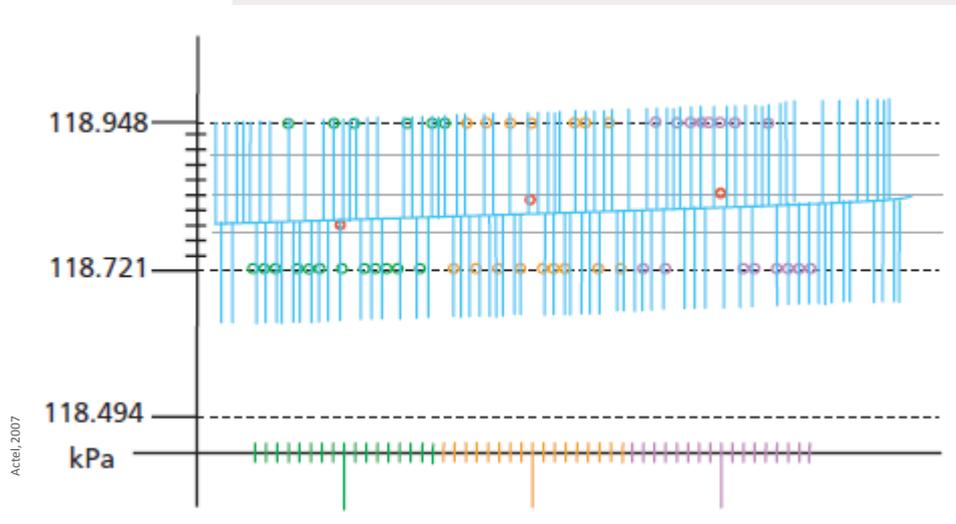


Fig. 5. Effects of dither on the situations of Fig. 4. The dither noise causes the ADC to make transitions, and the sine wave is not lost, being preserved in the duty-cycle modulation created by the added dither noise.

Dithering + oversampling + filtering =  
augmentation du nombre de bits de l'ADC

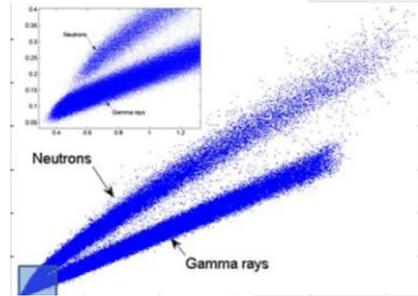
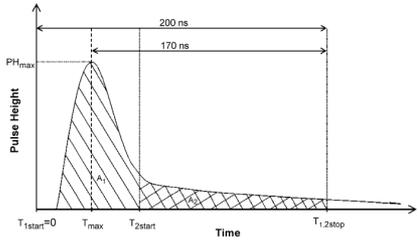


Actel, 2007

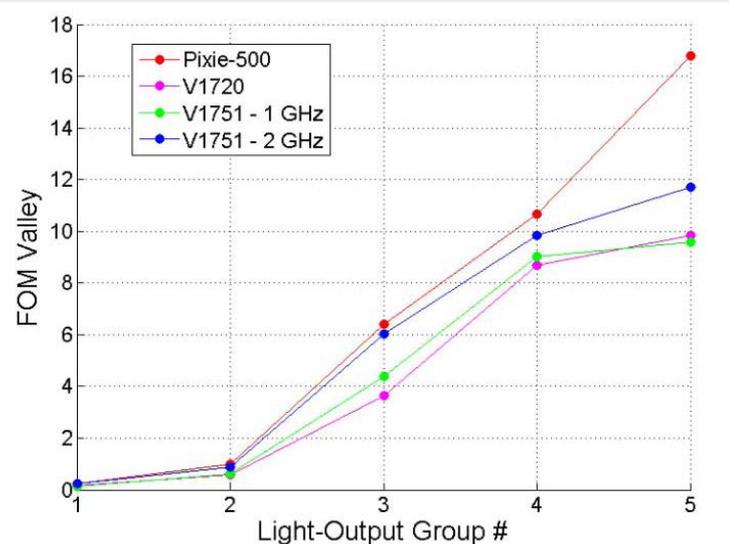
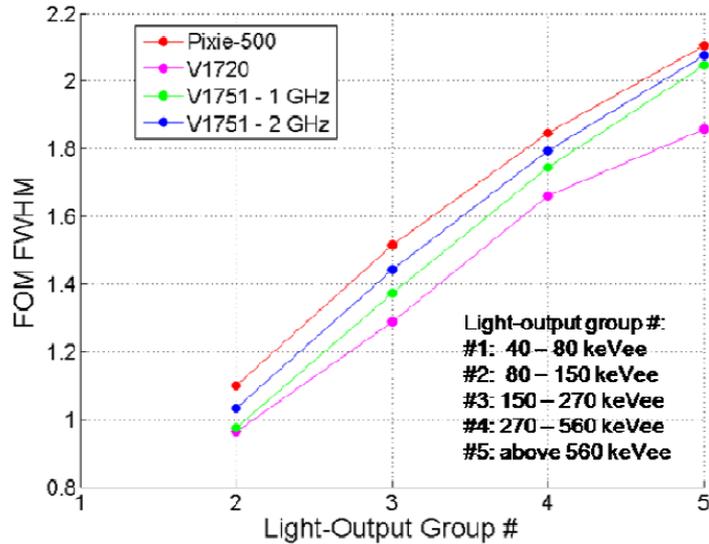
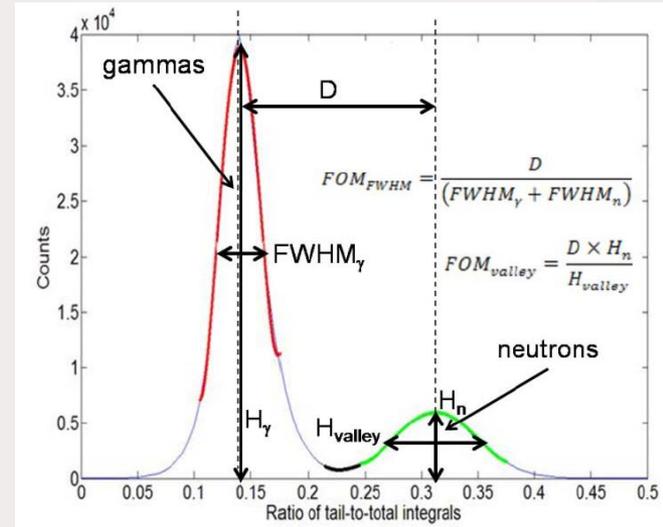
# PERFORMANCE D'UN ADC : APPROCHE EXPERIMENTALE

CAEN V1720, 12 bits, 250 MSPS  
 CAEN V1751, 10 bits, 1 GHz/2 GSPS  
 XIA Pixie-500, 12 bits, 500 MSPS

Evaluation avec somme : dithering



M. Flaska, et al., doi:10.1109/NSSMIC.2011.6154439



## À RETENIR

---

29 nov. 2012

Toujours s'assurer de la qualité du filtrage analogique

Savoir le type d'information nécessaire à coder

Anticiper la reconstruction de l'information d'origine

La détermination de la fréquence d'échantillonnage dépend de la précision verticale effective de l'ADC (sur-échantillonnage éventuellement nécessaire)

### Pour en savoir plus

Notes techniques des fabricants, dont « Fundamentals of Sampled Data Systems »

R.M. Gray, Quantization noise spectra, IEEE Trans. Inform. Theory 36 (6) (1990)  
1220-1244

# FILTRAGE NUMÉRIQUE

---

29 nov. 2012

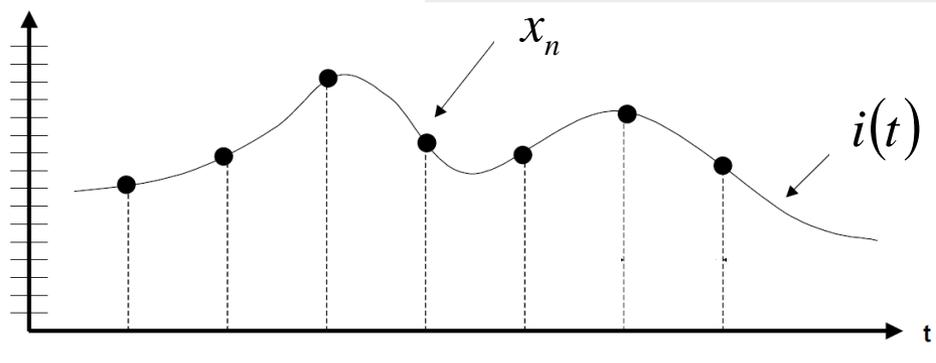
Filtres linéaires à réponse impulsionnelle finie / infinie

Implémentation

Exemples, dont déconvolution d'exponentielle

Transformée de Fourier

# UNE TRANSFORMÉE ADAPTÉE



Changement de représentation : continu (fonction)  
-> discret (série)

On veut pouvoir transformer la convolution en produit

$$i(t) \rightarrow x_n \quad X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n z^{-n} \quad z = r \exp(j\omega)$$

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}}{1 - (a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N})}$$

Numérateur seul = réponse impulsionnelle finie (FIR)

Quand dénominateur = réponse impulsionnelle infinie (IIR)

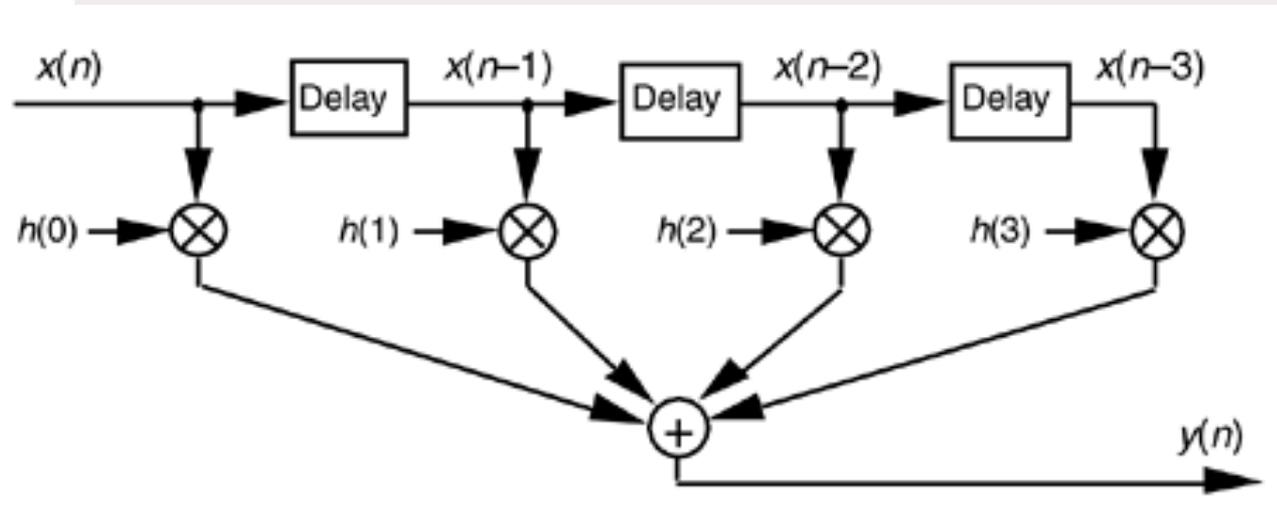
$$y_n = a_1 y_{n-1} + \dots + a_N y_{n-N} + b_0 x_n + b_1 x_{n-1} + \dots + b_M x_{n-M}$$

N.B. : la sortie est un nombre à virgule flottante si les coefficients  $a$  et  $b$  le sont

N.B. : en général, la série entière converge... mais il faut parfois le vérifier

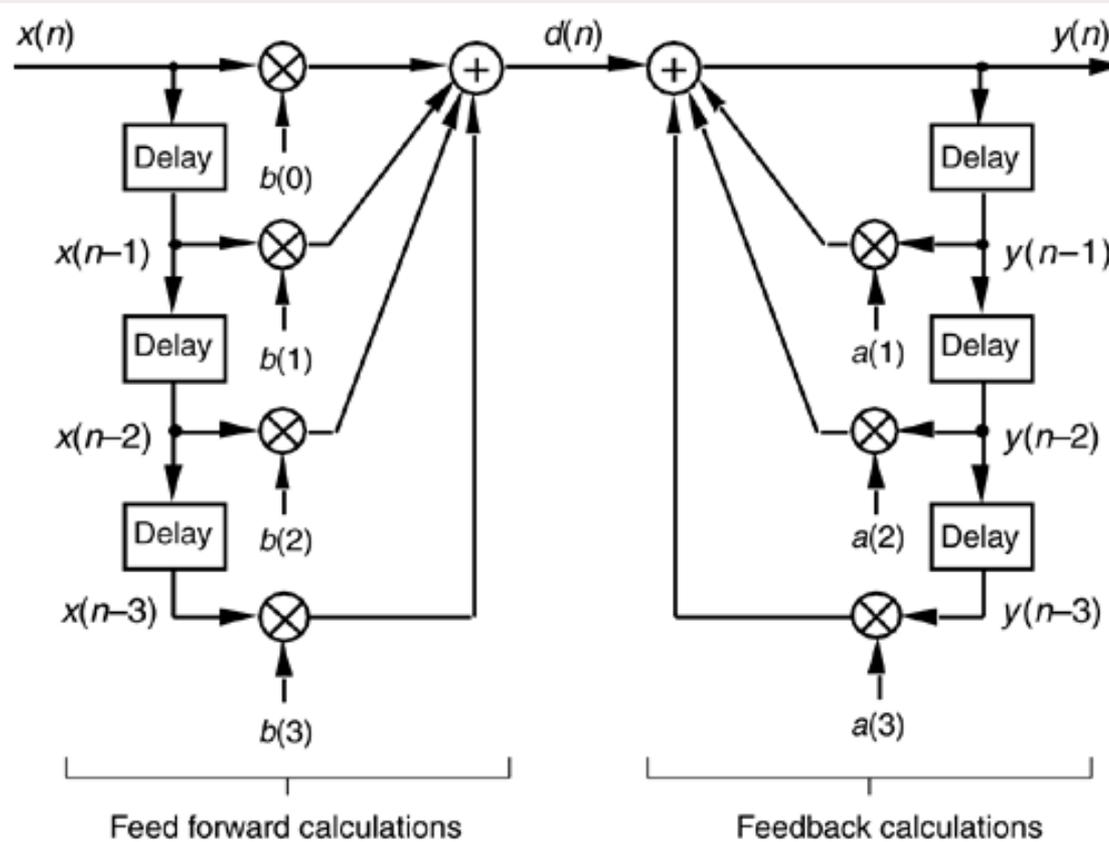
# IMPLÉMENTATION D'UN FIR

- $y(n) = h(0)x(n) + h(1)x(n-1) + h(2)x(n-2) + h(3)x(n-3)$



# IMPLÉMENTATION D'UN IIR

- $$y(n) = b(0)x(n) + b(1)x(n-1) + b(2)x(n-2) + b(3)x(n-3) + a(0)y(n) + a(1)y(n-1) + a(2)y(n-2) + a(3)y(n-3)$$



# QUANTIFICATION ET FILTRES NUMÉRIQUES

Nombre d'opération : proportionnel au nombre de points  $N$  de la trace :  $O(N)$   
En général, le facteur de proportionnalité de  $O(N)$  est plus faible pour un IIR que FIR.

FIR : introduction d'un décalage de la réponse spectrale

IIR : instabilité potentielle

Bien choisir sa représentation (entier, flottants) et vérifier les erreurs / décalages

# QUELQUES OPÉRATIONS DE BASE

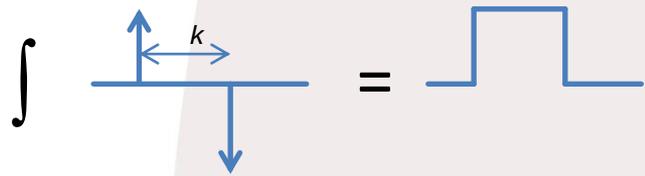
Dirac :  $H(z) = 1$

Décalage en temps ( $k$ ) :  $H(z) = z^{-k}$

Intégration / fonction échelon  $H(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$

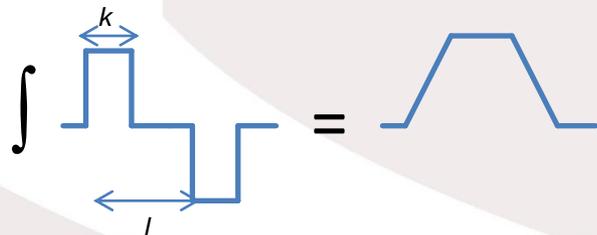
Dérivation   $H(z) = 1 - z^{-1}$

Moyenne mobile = intégration de 2 Diracs de sens opposés, décalés de  $k$  pas de temps



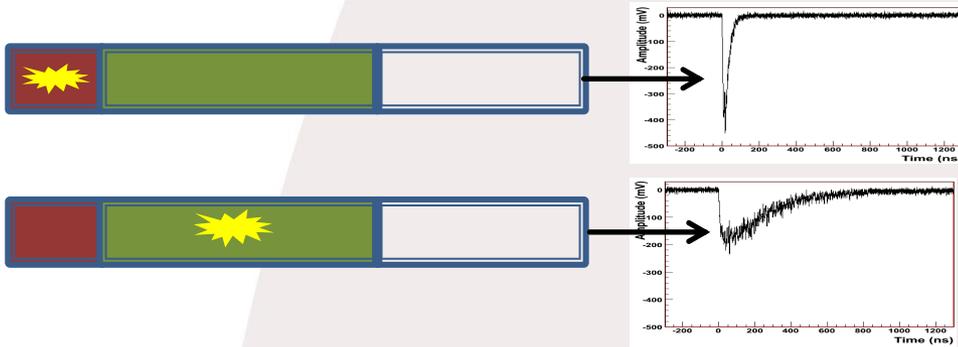
$$H(z) = \frac{1}{k} \frac{1}{1 - z^{-1}} (1 - z^{-k})$$

Trapézoïde = intégration de 2 rectangles ( $k$ ) de sens opposés décalés de  $l$  pas de temps

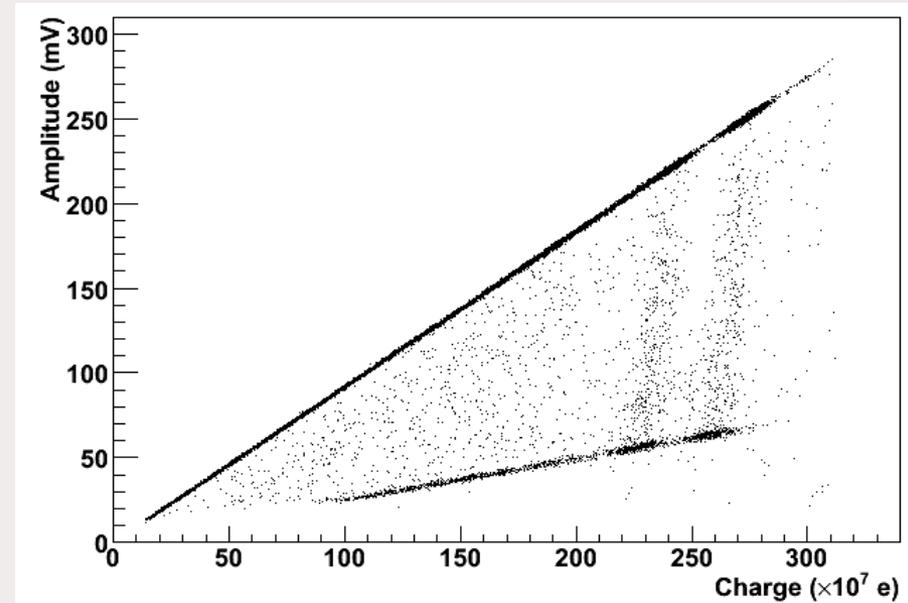
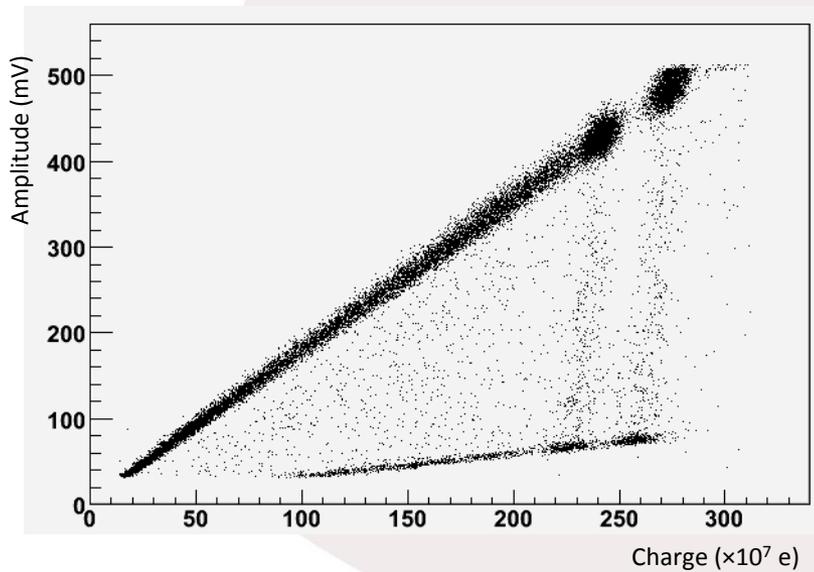


$$H(z) = \frac{1}{k + l} \frac{1}{(1 - z^{-1})^2} \left( (1 - z^{-k}) - z^{-l} (1 - z^{-k}) \right)$$

# APPLICATION DE LA MOYENNE MOBILE



$$v_n = v_{n-1} + \frac{1}{k}(y_n - y_{n-k})$$



# APPLICATION : DÉCONVOLUTION D'UNE EXPONENTIELLE

Exponentielle = réponse simplifiée d'un préampli  $\frac{T}{\tau} \sum_{k \geq 0} \exp\left(-k \frac{T}{\tau}\right) z^{-k} = \frac{T}{\tau} \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right) z^{-1}}$

Déconvolution = inverse  $\frac{\tau}{T} \left(1 - \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right) z^{-1}\right)$

Méthode dite « Filtre de Jordanov » : déconvolution + filtre trapézoïdal

$$\frac{\tau}{T(k+l)} \left(1 - \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right) z^{-1}\right) \frac{1}{(1 - z^{-1})^2} \left( (1 - z^{-k}) - z^{-l} (1 - z^{-k}) \right)$$

Normalisation

Déconvolution  
(Exponentielle inversée)

Filtre trapézoïdal

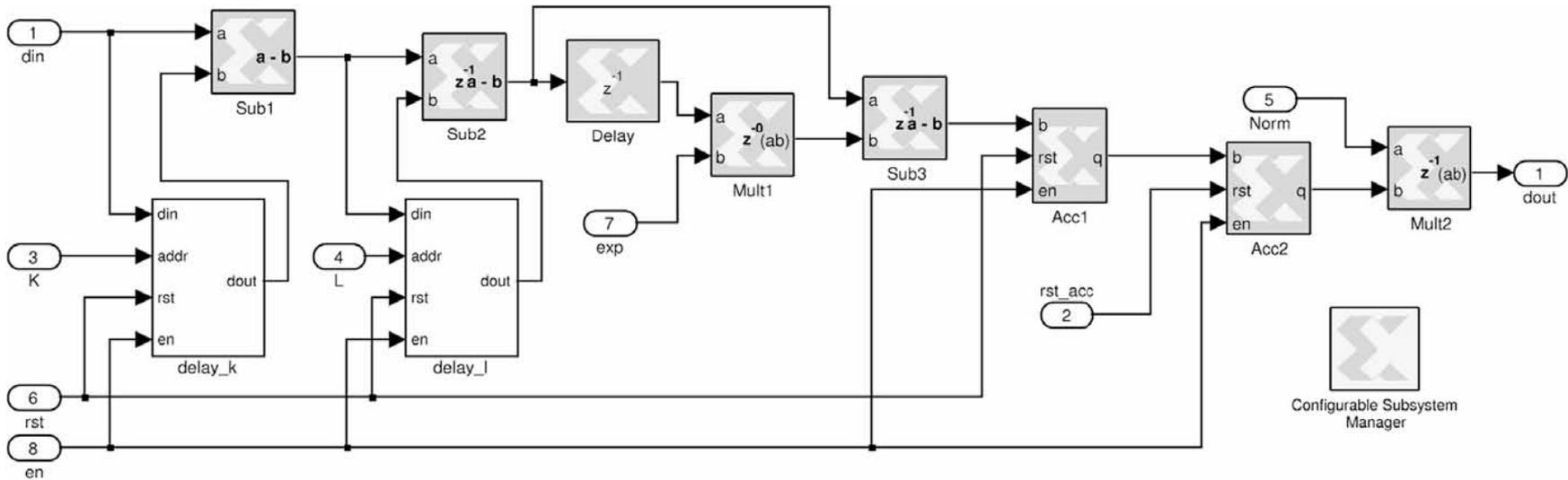
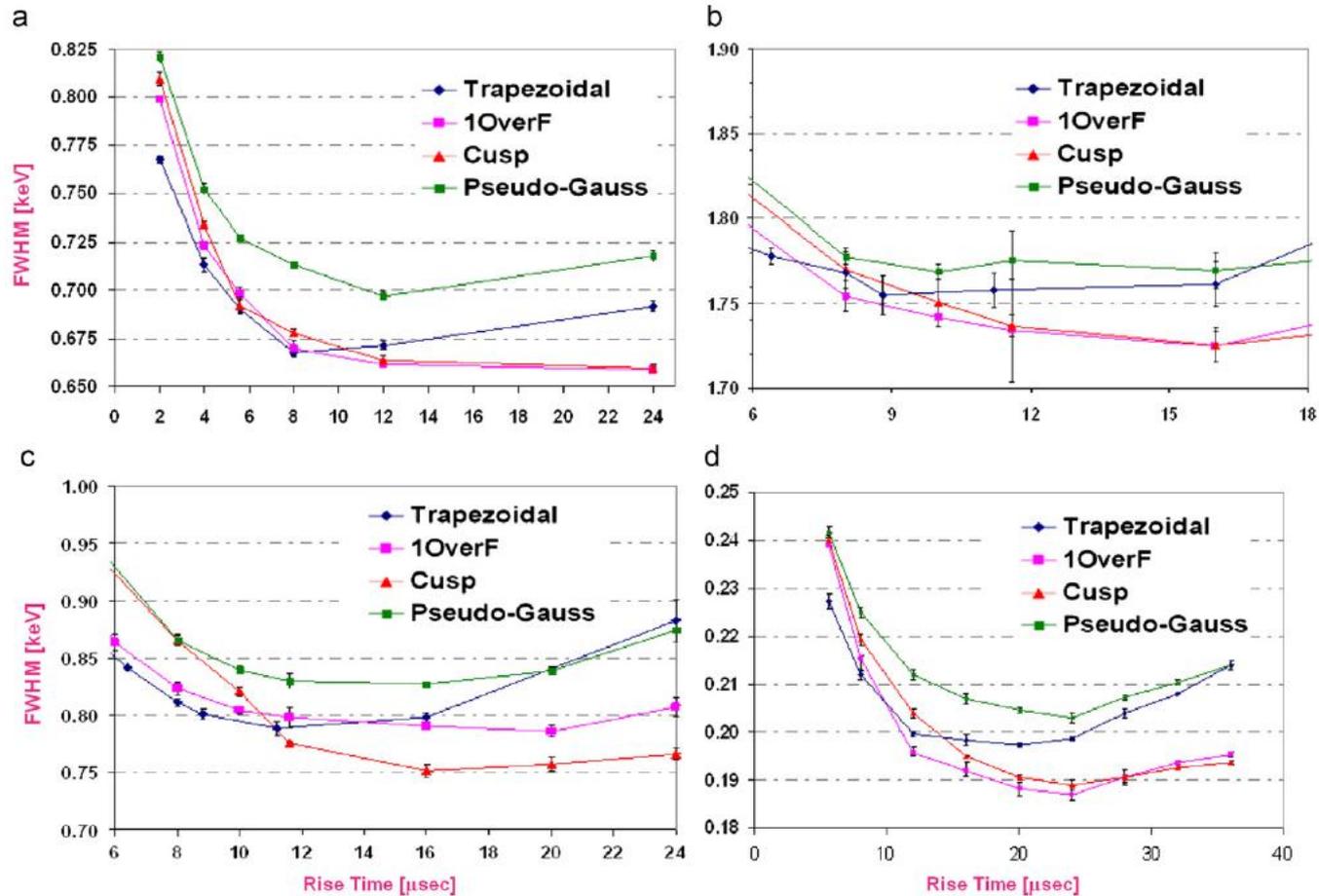
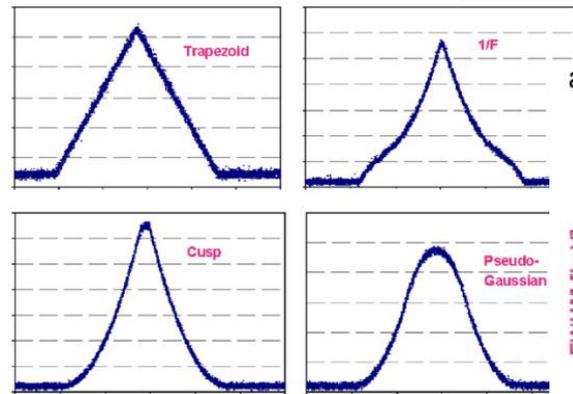


Fig. 2. The Xilinx System Generator in Simulink and Matlab environment is used to generate main components of the system. Here is shown a small subsystem block that transforms an exponential pulse into a asymmetrical trapezoidal pulse by using recursive relations (4) and (5) and fixed point arithmetic.

# COMPARAISON DE QUELQUES FILTRES



N. Mena, et al., doi:10.1016/j.nima.2010.08.095

Fig. 2. Energy resolution measurements as a function of the rise time. (a) REGe detector at 122 keV, (b) REGe at 1332 keV, (c) BEGe at 122 keV, and (d) X-PIPS at 5.9 keV. The 1-sigma uncertainties shown on the data points are extracted using repeat measurements of the same point and taking the standard error of the mean.

Traitement implémenté sur FPGA (Canberra)

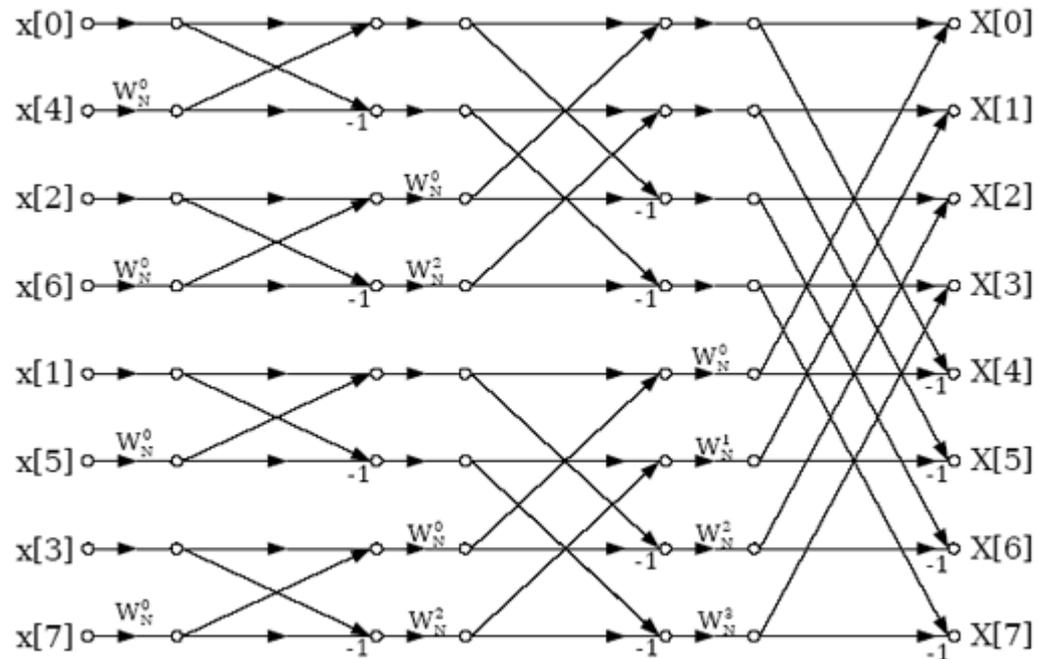
Comparaison sur des signaux de détecteurs Ge, détecteurs Si refroidi par effet Peltier (PIPS)

# TRANSFORMATION DE FOURIER

Transformée de Fourier discrète (DFT) : a priori en  $O(N^2)$

L'algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT) est en  $O(N \cdot \log(N))$

Mais temps d'exécution potentiellement en  $\log(N)$  si pipe-line complet



## À RETENIR

---

29 nov. 2012

De nombreux algorithmes implémentables en FIR/IIR  
De nombreux outils de calcul de coefficients  
Se prête à la programmation FPGA/DSP  
Coprocesseurs (exemple : GPU)

## POUR ALLER PLUS LOIN

Les méthodes de base abordées du point de vue de leur programmation (deux chapitres concernent directement le traitement du signal) :

W.H. Press et al., *Numerical Recipes in C/C++/Fortran*, <http://www.nr.com/>

Nous avons des licences Matlab : faire des exercices avec leur toolboxes

Il existe de nombreux cours de traitement du signal, mais pour ce qui concerne nos applications, je conseille celui de Patrick Nayman, du LPNHE :

<http://lpnhe.in2p3.fr/spip.php?article460>

## CONCLUSION DE CETTE SESSION

Dans la plupart de nos expériences, nous avons des méthodes pour déterminer les paramètres d'algorithmes relativement simples.

Les marchés de la vidéo, du son poussent à une évolution des technologies et composants (DSP, FPGA, GPU, coprocesseurs ARM, etc.) : le temps de calcul ne s'évalue plus de la même manière du fait des techniques, de la parallélisation, des pipe-lines

Nous bénéficions aussi de nombreux algorithmes (voir partie suivante)

mais

Nous avons toujours à faire des compromis intégration / puissance de calcul / architecture : dissipation thermique, nombre total de canaux, volume de données. Les méthodes analogiques servent alors à réduire les données numérisées.