

Optique et guidage des faisceaux de particules

Jean-Marie De Conto

LPSC Grenoble – Université Joseph Fourier



Optique et guidage des faisceaux

- **Objectif: décrire la vie des particules dans**
 - *Un accélérateur (linéaire ou circulaire)*
 - *Une ligne de transport ou autour d'une source*
- **Description et manipulation du faisceau**
 - *Notions de base (force, énergie) dans le domaine relativiste*
 - *Repérage des particules (une particule) – Emittance (faisceau)*
 - *Rappels d'optique. Lentilles minces. Structure FODO, oscillations, stabilité.*
 - *Un exemple de lentille: le quadripôle magnétique*
- **Les éléments de focalisation. Ordres de grandeur et conditions d'utilisation.**
- **Périodicité**
- **La déviation des particules – Fonction de dispersion et analyse. Spectromètre.**
- **Notion d'adaptation.**
 - *Cas particulier des structures périodiques.*
 - *Nombre d'onde, chromaticité.*
- **Le problème de la charge d'espace. Équations d'enveloppe.**
- **Imperfections de structure. Exemples: gaz résiduel, alignement.**

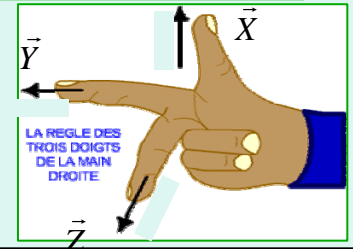
Forces

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\frac{dm\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

- Electrique: \parallel E \rightarrow Accélération et guidage
- Magnétique: \perp à v et B (règle des 3 doigts) \rightarrow Guidage

Energie cinétique



$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

Non relativiste

$$\gamma_L = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_L^2}}$$

$$\text{et } m = \gamma_L m_0$$

relativiste

$$E = \gamma_L m_0 c^2$$

$$T = E - m_0 c^2 = (\gamma_L - 1)m_0 c^2 \approx \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{si } v \ll c$$

Potentiel, énergie, qté de mouvement

$$\Delta T = qV = neV$$

$$\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v} \equiv m \vec{v}$$

$$m_0 c^2 \equiv eV_0$$

- 1 électron-volt = 1 électron accéléré sous 1 volt.
1eV=1.6 10⁻¹⁹ joules
- Un électron accéléré sous V=300 V: T = 300 eV
- Un carbone 12 de charge 4+ accéléré sous 9kV : T=36 keV soit 3 keV par nucléon.

Rigidité magnétique

$$\rho = \frac{mv}{qB} = \frac{\gamma m_0 v}{qB}$$

$$\frac{mv}{q} = B\rho = \frac{\sqrt{n^2 V^2 + 2n V V_0}}{nc}$$

N=nombre de charges (entier)

- Electron de 6 GeV (ESRF) : **20 T.m**
- Rayon de courbure dans un champ de 1 (resp. 2) teslas: 20 (resp. 10) mètres. **Vitesse: 0.99999999965 c ~ 3 10⁸ m/s.**
- Rigidité d'un ion monochargé de masse 130 accéléré sous 30 kV : **0.28 Tm** environ (pour une énergie de 30 keV). **Vitesse :212 km/s.**

Remarques

L'énergie au repos d'un électron est de 0.5 MeV, celle d'un proton d'environ 1 GeV. Il s'ensuit que :

- un électron accéléré sous 1MV est « relativiste » ($v \sim c$). Plus précisément, sa vitesse vaut 94% de celle de la lumière.
- un proton accéléré sous 1MV n'est pas du tout relativiste ($v \ll c$). Sa vitesse vaut en fait 4.7% de celle de la lumière.

Repérage des particules

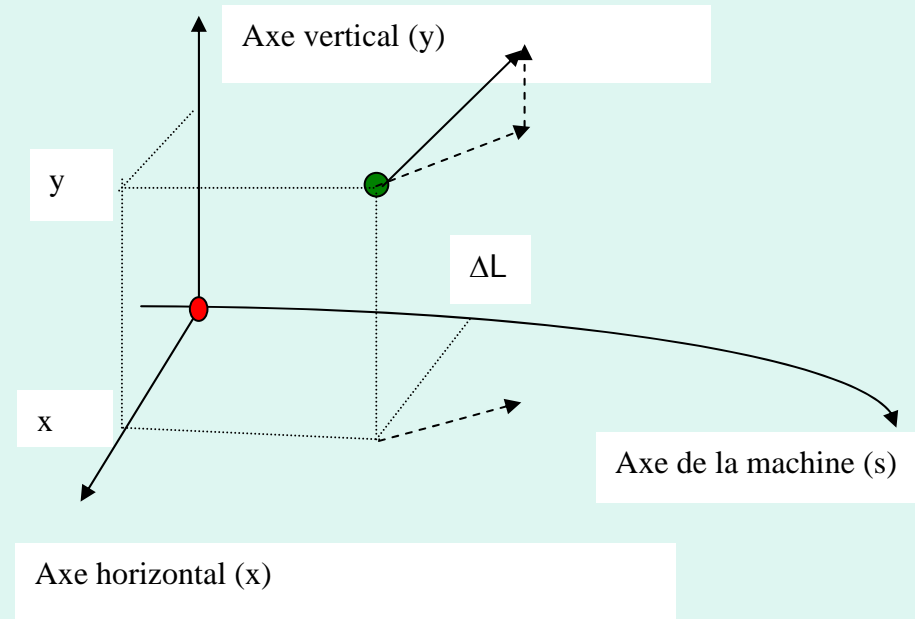
- Trajectoire et particule de référence

$$x' = \frac{v_x}{v} \quad y' = \frac{v_y}{v}$$

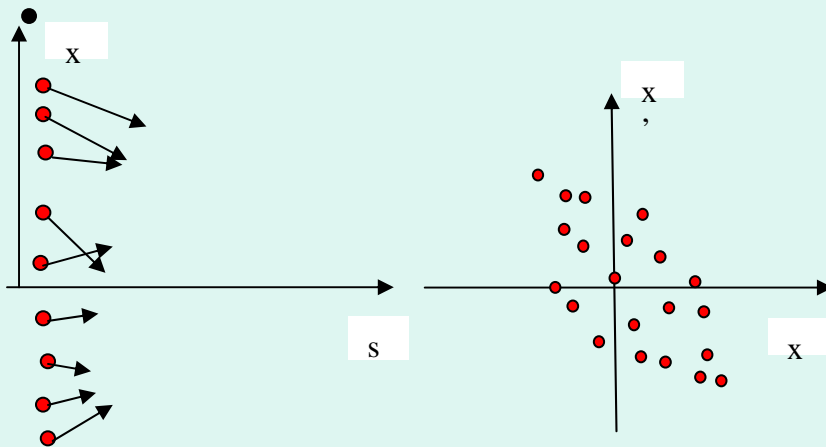
- Conditions de Gauss

x, x', y, y' petits

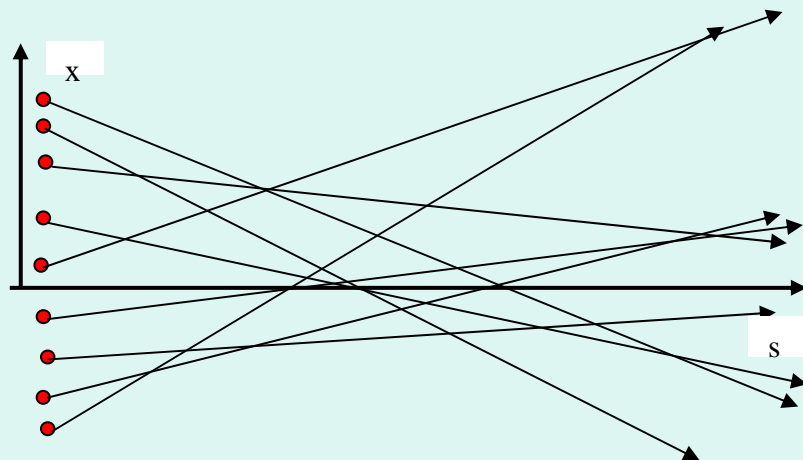
- $(x, x', y, y', \Delta L, \Delta p/p_0)$



Faisceau réel et émittance

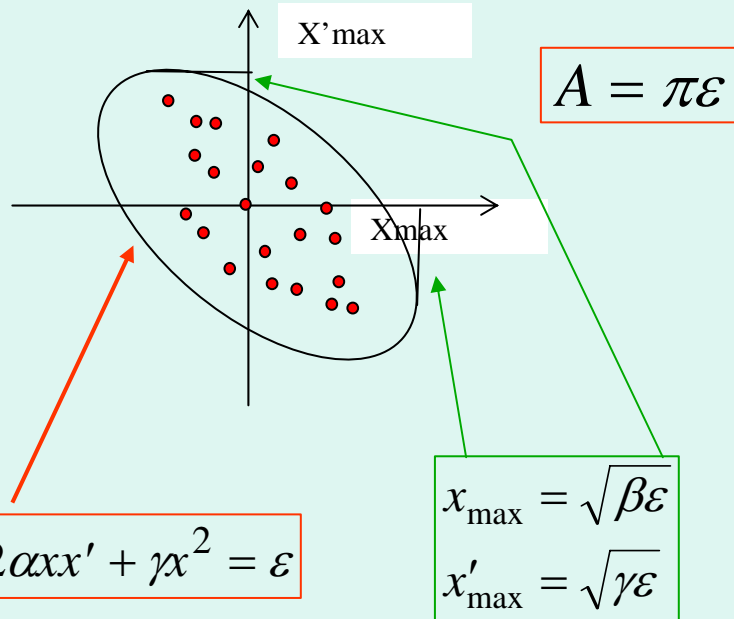


- Exemple sur espace sans champ
- (x, x') uniquement ici
- Minimum d'enveloppe (« waist » ou « col »)



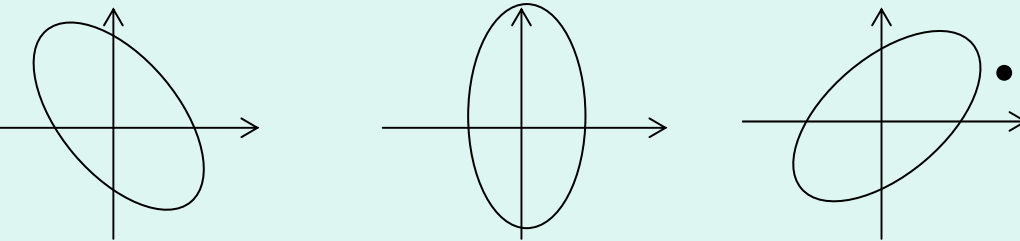
- ➔ Caractériser globalement
- ➔ Émittance quadratique moyenne (« RMS »)

Emittance: définition



- ellipse qui encadre au mieux
- émittance dite RMS (ici)
- englobe tout ou partie (ex : 95%) des particules.
- caractérise la dimension et la divergence du faisceau.
- 4 paramètres ($\alpha, \beta, \gamma, \epsilon$)

$$\beta\gamma - \alpha^2 = 1$$



$\alpha > 0$ (convergent)

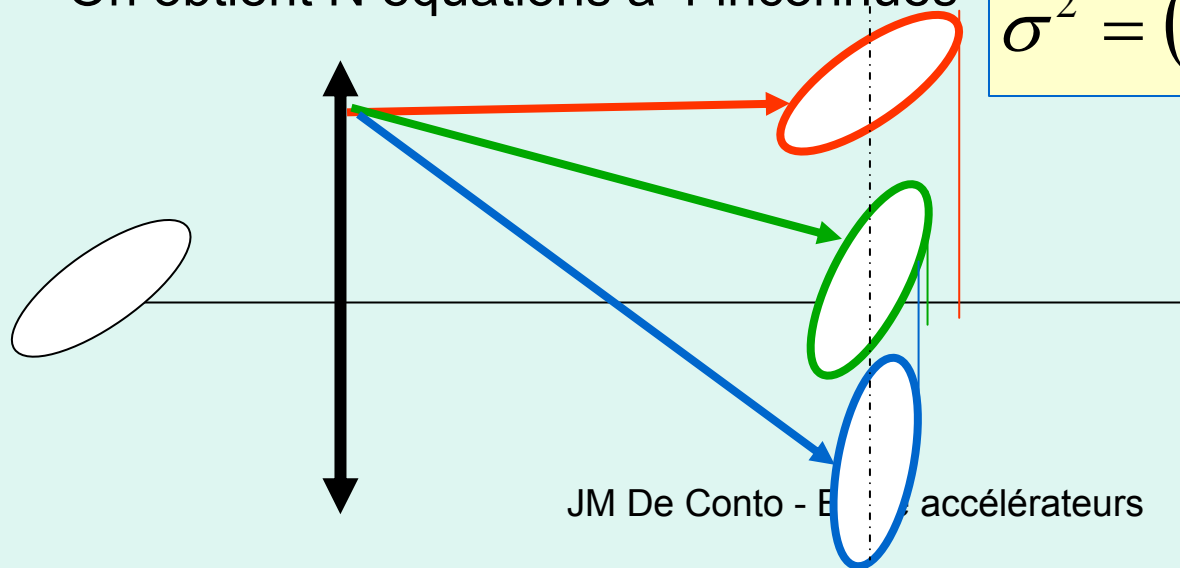
$\alpha = 0$ (waist)

$\alpha < 0$ (divergent) accélérateurs

Méthode des 3 gradients et émittance RMS

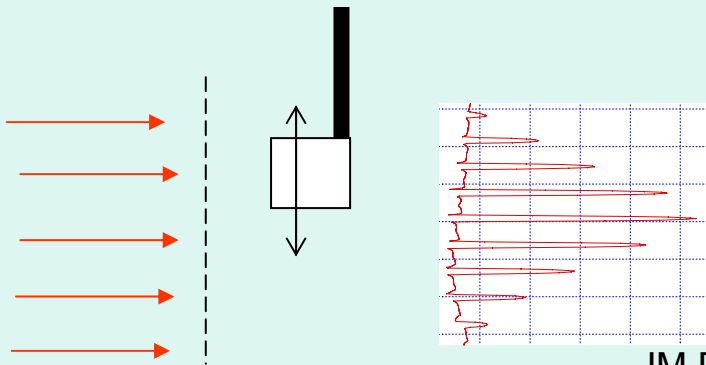
- La dimension quadratique moyenne varie le long de la structure en fonction de la focalisation
- Elle est reliée aux paramètres d'émittance
- On utilise une lentille connue dont on fait varier la force de focalisation
- On effectue N mesures de profil
- On obtient N équations à 4 inconnues

$$\langle x^2 \rangle = \sigma_0^2 = \beta_0 \varepsilon_{RMS}$$
$$\sigma^2 = (A\beta + B\alpha + C\gamma) \varepsilon_{RMS}$$

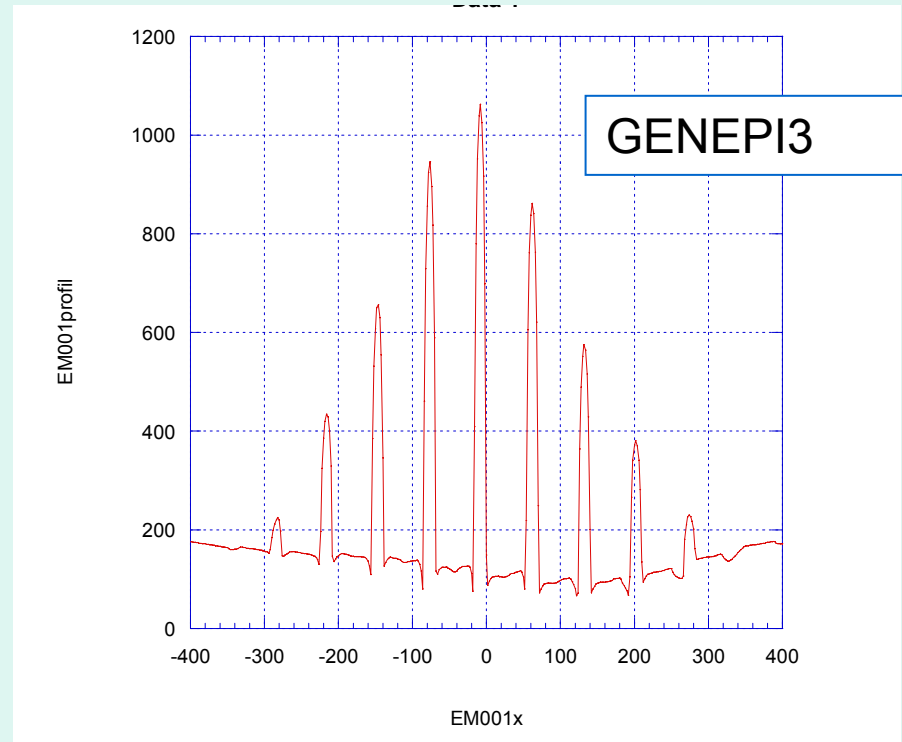


Mesures d'émittance par la méthode du pepper-pot

- ❑ Chambre à sténopé (pepper-pot en français!)
- ❑ Trous $\Phi 1.5\text{mm}$, entraxe 6.5mm sur un diamètre
- ❑ Coupelle de Faraday 52 mm en aval
- ❑ Ecartement de l'entraxe \rightarrow divergence ou convergence du faisceau
- ❑ **Elargissement des trous** \rightarrow divergence locale (épaisseur de l'ellipse)

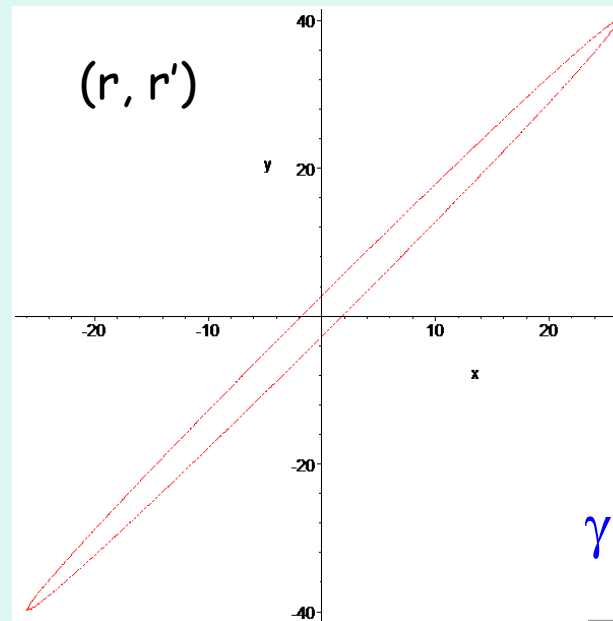
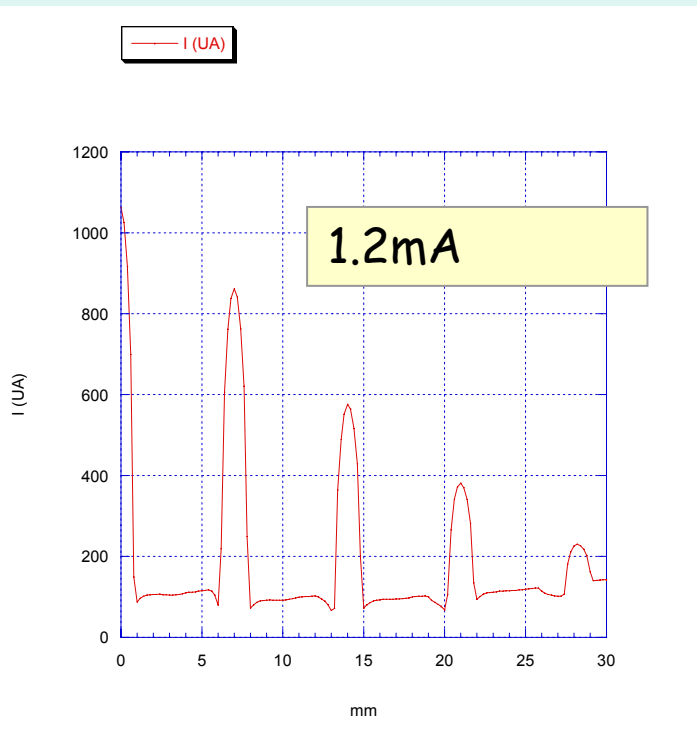


10èmes de mm et UA



Faisceau centré à 0.8mm près

Résultat: un faisceau homothétique à celui de GENEPI1(*)



$$\varepsilon := 72$$

$$\alpha := -14.4$$

$$\beta := 9.4$$

$$\gamma := 22.16595745$$

$$E=26\text{mm}$$

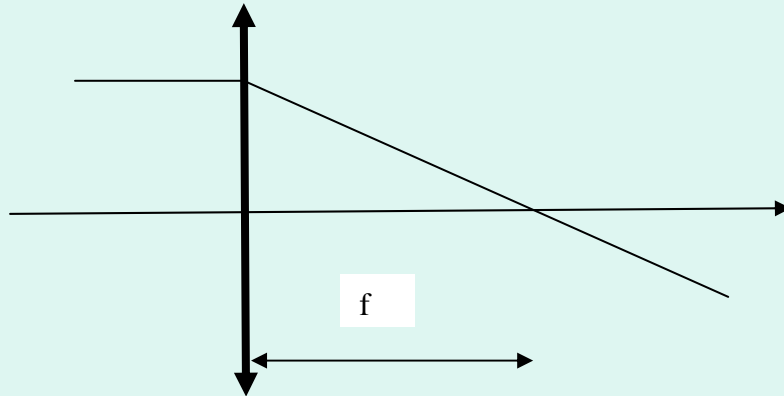
$$E'=40\text{mrad}$$

(*) Peu vous chaut, mais à moi, si!

- ***Théorème de Liouville*** : La quantité ε varie comme l'inverse de la quantité de mouvement.
- ***Corollaire 1***: l'émittance diminue avec l'accélération.
- ***Corollaire 2*** : l'émittance n'est jamais nulle (sauf si elle est nulle au départ ce qui supposerait n'accélérer qu'une particule !).
- ***Corollaire 3*** : la dimension transverse et la divergence d'un faisceau ne sont jamais nulles.
- **Nota**: l'émittance RMS varie si l'optique est non linéaire
- Emittance normalisée: $\varepsilon^* = \beta_L \gamma_L \varepsilon$ ne varie pas avec E

Optique

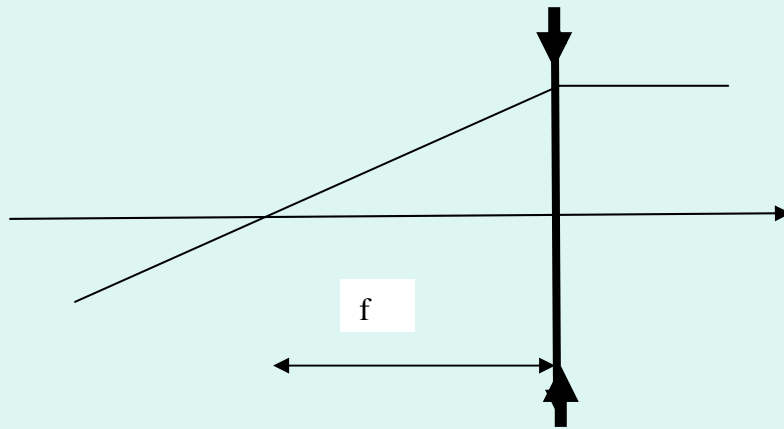
- *Définition* : une lentille mince est un élément de longueur nulle qui donne une déviation angulaire proportionnelle à la position sans changer cette dernière.



$$x_1 = x_0$$
$$x'_1 = x'_0 - \frac{x_0}{f}$$

- f est la distance focale de la lentille (position de son foyer). On a un signe « moins » quand la lentille est convergente.

Lentille divergente

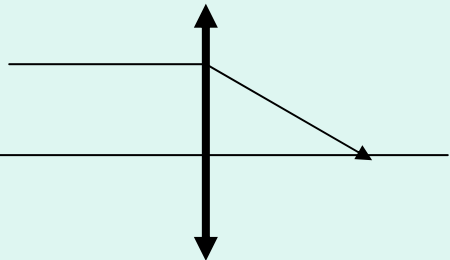


$$x_1 = x_0$$
$$x'_1 = x'_0 + \frac{x_0}{f}$$


- **Propriété** : Deux lentilles minces séparées par un espace sans champ, de même distance focale mais l'une étant divergente et l'autre convergente, forment un ensemble convergent. C'est cette propriété qui expliquera pourquoi une lentille électrostatique est convergente.

Punition en exo: montrer l'assertion précédente!

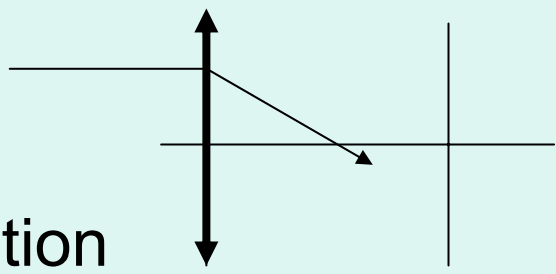
Lentille mince + espace de glissement

- Lentille mince
 

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix}$$

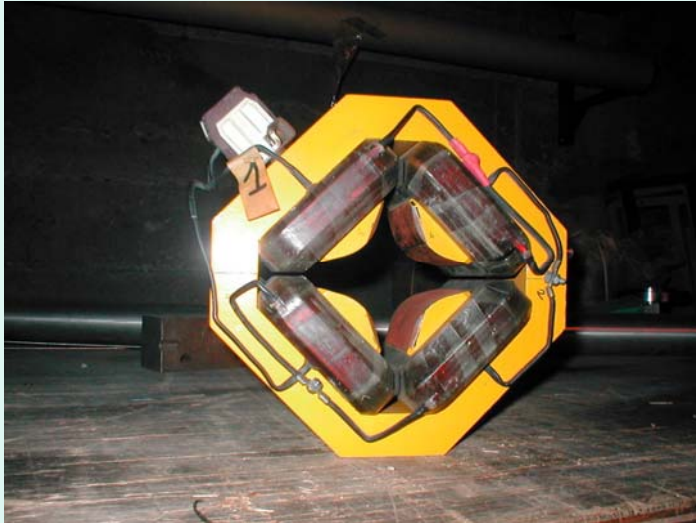
- Espace de glissement
 

$$\begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

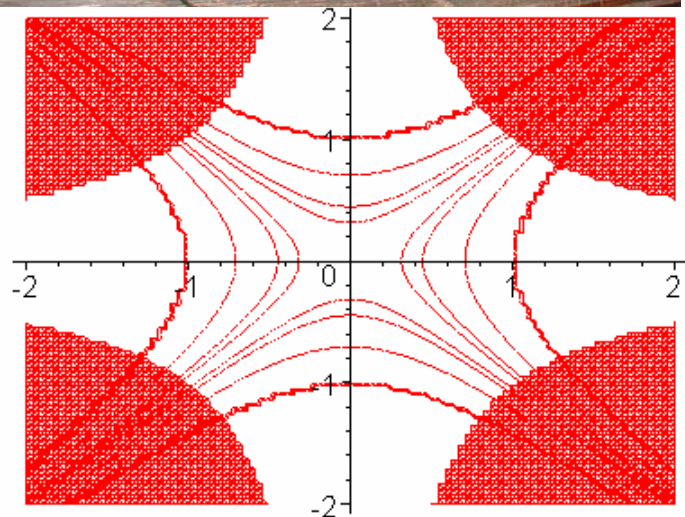
- Association
 

$$\begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{L}{f} & L \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix}$$

Un exemple: Quadripôle magnétique



- B_0 sur pôles. Pôles alternés.
- Electrodes idéales hyperboliques
- Il peut être placé à l'extérieur de la chambre à vide.
- Force magnétique plus grande que la force électrique quand E croît, ➔ quadripôles magnétiques dans les grandes machines
- Proche d'une lentille mince
- Focalise dans un plan et défocalise dans l'autre



$$\frac{1}{f} = \frac{B_0 L}{R(B\rho)} = \frac{gL}{(B\rho)}$$

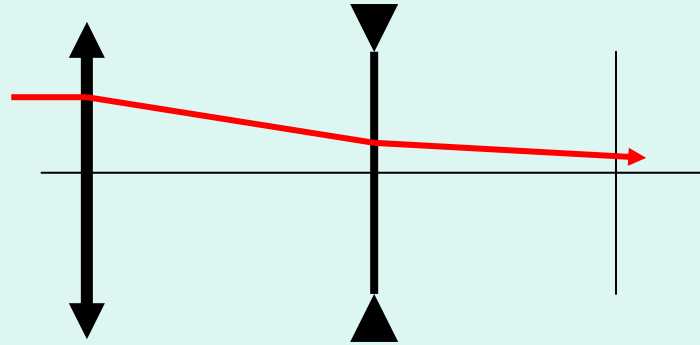
A vous!

- On considère un deuton de 5 MeV d'énergie totale
 - Est il relativiste ou non ?
 - Quelle est sa rigidité magnétique ?
- Un faisceau de protons a pour émittance non normalisée $3 \cdot 10^{-6}$ m.rad. Le faisceau passe par un extremum d'enveloppe (un maximum par exemple). Son rayon est de 5mm. Quelle est sa divergence ? Combien vaut le coefficient β ?

- *Propriété* : Deux lentilles minces séparées par un espace sans champ, de même distance focale mais l'une étant divergente et l'autre convergente, forment un ensemble convergent. C'est cette propriété qui expliquera pourquoi une lentille électrostatique est convergente.
- LE DEMONTRER!

La maille FODO

- Adapté aux structures à base quadripolaire

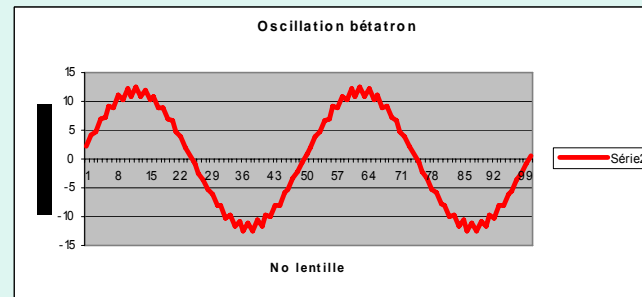
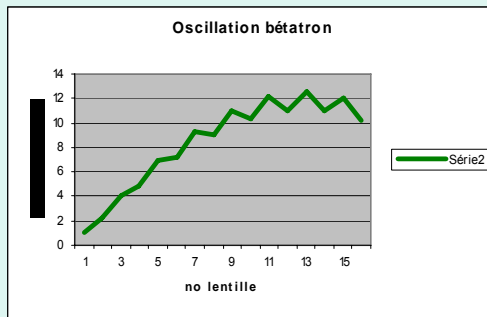


- Association de mailles
 - système périodique
 - Oscillation pseudo-harmonique
 - Pas toujours stable

$$\begin{bmatrix} \frac{f^2 - Lf - L^2}{f^2} & \frac{L(2f + L)}{f} \\ -\frac{L}{f^2} & \frac{f + L}{f} \end{bmatrix}$$

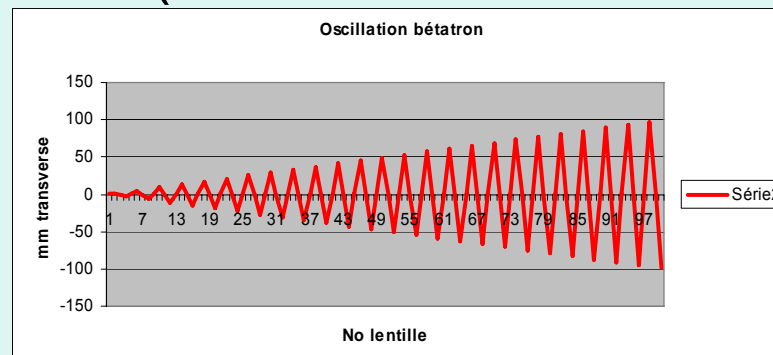
Association de quadripôles. Structure FODO. Oscillation bêta-tron. Stabilité. Cf excell

- Qpôle: converge en x \Leftrightarrow diverge en y
- Guidage stable \Rightarrow FODO périodique (par exemple)



L=distance inter-lentilles

- Oscillation pseudo-harmonique «bêta-tron »
- FODO stable si $f > L/2$ (cf animation et ci-dessous)



Fonctions bétatron, sans démonstration

- On suppose que la force de focalisation est suffisamment régulière, sans accélération
- Le mouvement d'une particule est alors pseudo-harmonique

$$x'' + k(s)x = 0$$

$$x(s) = x_0 \left[\sqrt{\frac{\beta}{\beta_0}} \cos \mu + \alpha_0 \sin \mu \right] + x'_0 \sqrt{\beta\beta_0} \sin \mu$$

$$\mu = \int_0^s \frac{d\xi}{\beta(\xi)}$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \frac{d\beta}{ds}$$

Il faudrait aller plus loin!

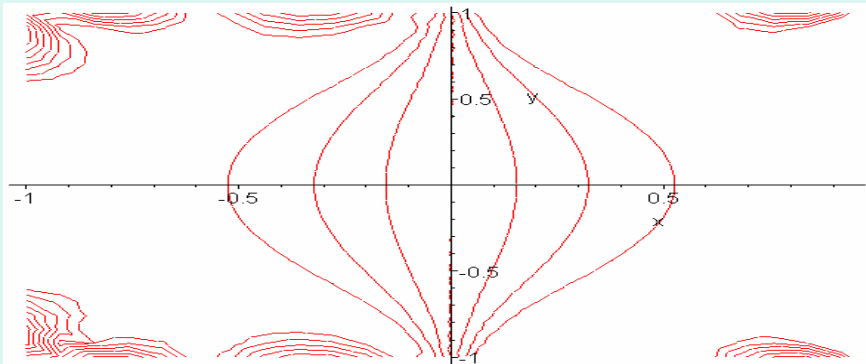
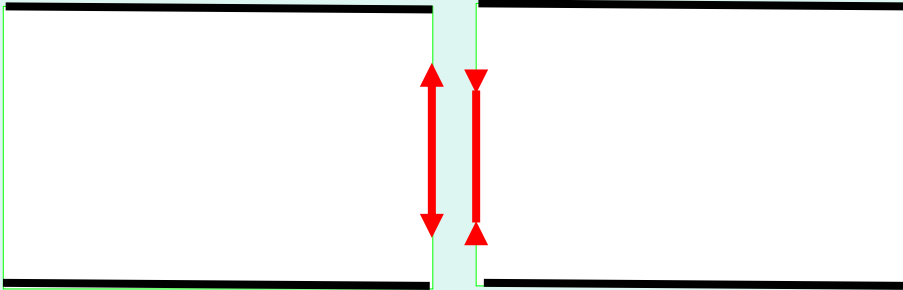
Hors sujet!



Lentille électrostatique de révolution

V1

V2

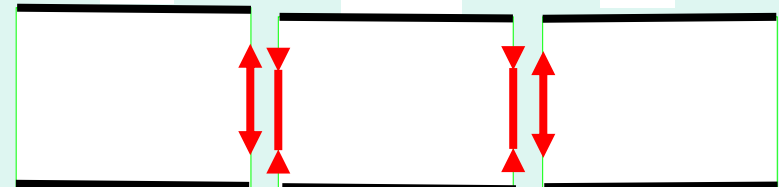


- Convergent dans gap
- Accélératrice ou décélératrice
 - Émittance, ch. Espace
 - +forte si décel.
- Indépendant de n
- Tension $\sim V$ faisceau
- Lent. fente $>$ lentille trou
- Ouverture $\sim R/2$
- Propreté!

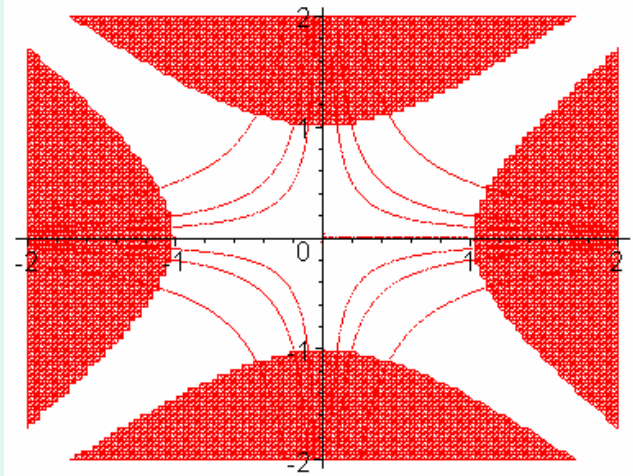
0

V

0



Quadripôle électrostatique



- Champ transverse.
- Axe du faisceau perpendiculaire à la feuille.
- Electrodes portées au potentiel $\pm\Delta V$ par rapport à l'axe. Pôles opposés de même polarité.
- Electrodes idéales hyperboliques (dans la pratique: cercles possibles).

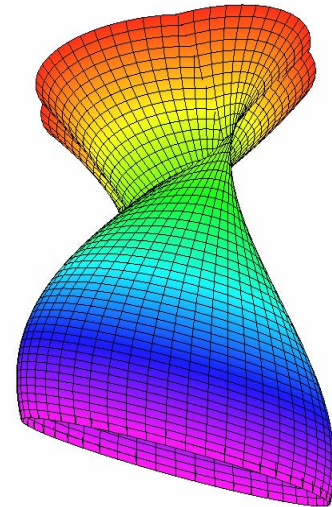
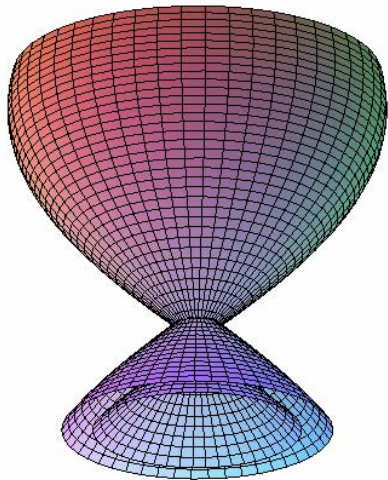
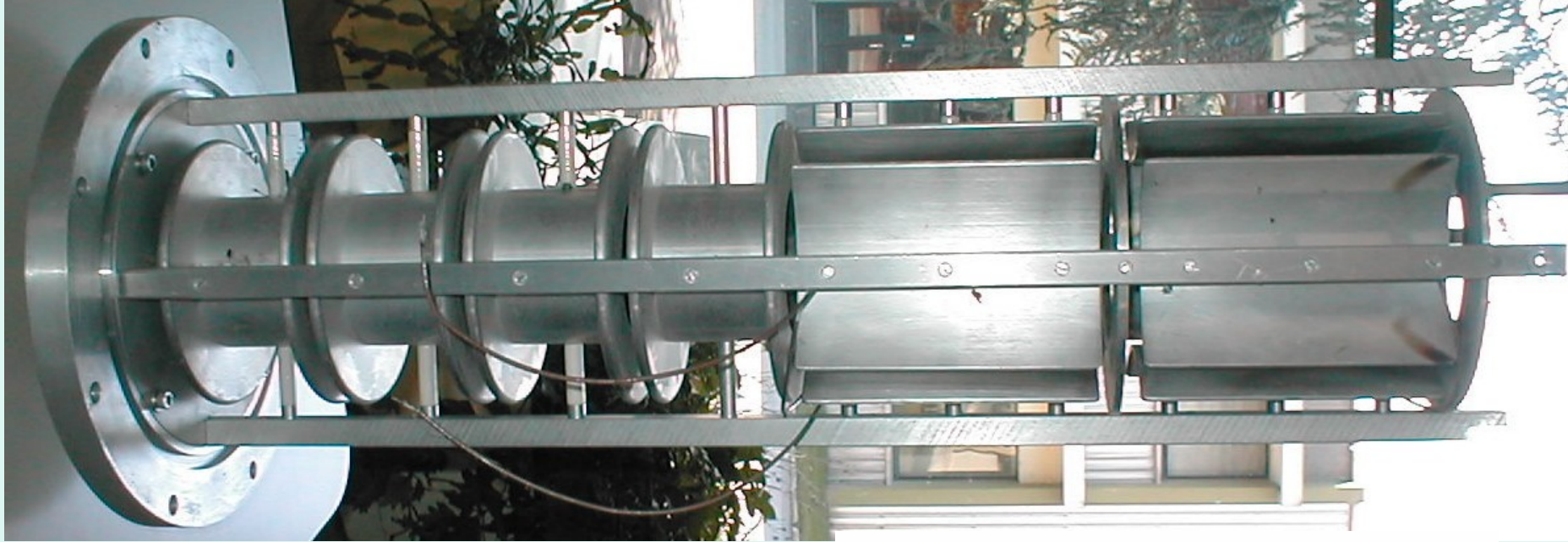


$$\left. \begin{aligned} E_x &= \pm \frac{2\Delta V}{R^2} x \\ E_y &= \mp \frac{2\Delta V}{R^2} y \end{aligned} \right\}$$

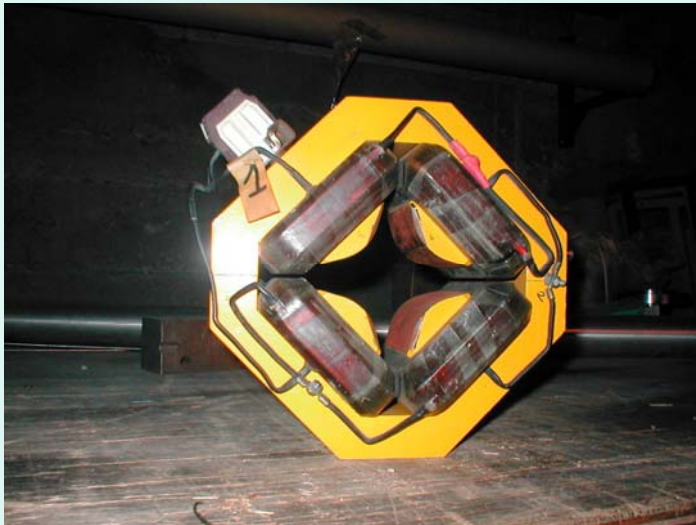
$$\frac{1}{f} = \frac{L\Delta V}{R^2V} = \frac{nL\Delta V}{R^2T}$$

Quadripôle électrostatique

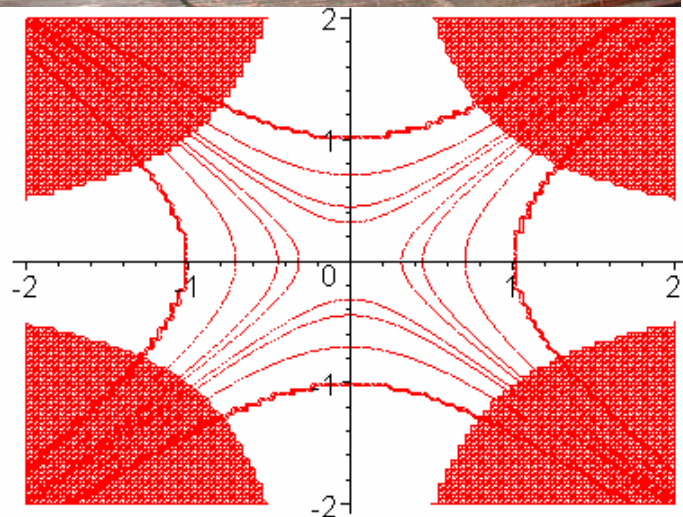
- Electrodes hyperboliques (et infinies) → Force est exactement proportionnelle à la position dans chaque plan.
- Un quadripôle est **convergent** dans une direction et **divergent** dans l'autre.
- → L'association périodique de quadripôles doit donc être alternée (exemple de FODO)
- Symétrie de révolution non préservée
- Equivalent à une lentille mince.
- A distance focale égale, la tension à appliquer varie comme R^2
- Faisceau $1+$ / 30 keV : **100 V** pour ($L=0.2$ m, $R=20$ mm) pour $f=60$ cm
- Longueur efficace $\sim L-R/2$
- Dans la chambre à vide.
- L'ouverture utilisable \sim l'ouverture totale.



Quadripôle magnétique



- B_0 sur pôles. Pôles alternés.
- Electrodes idéales hyperboliques
- Il peut être placé à l'extérieur de la chambre à vide.
- Force magnétique plus grande que la force électrique quand E croît, ➔ quadripôles magnétiques dans les grandes machines
- ~voisin Q élect.



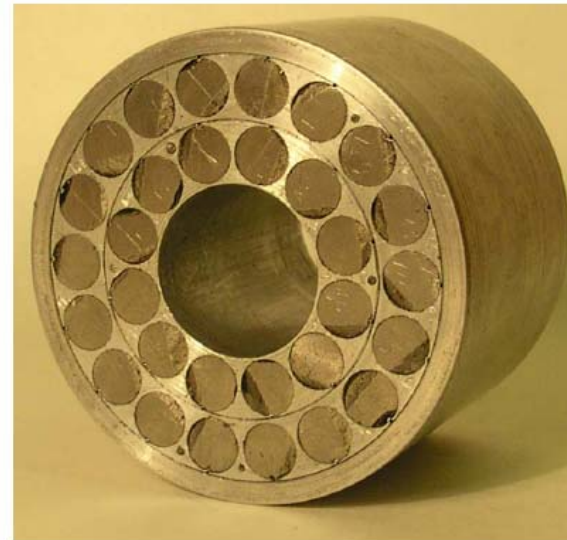
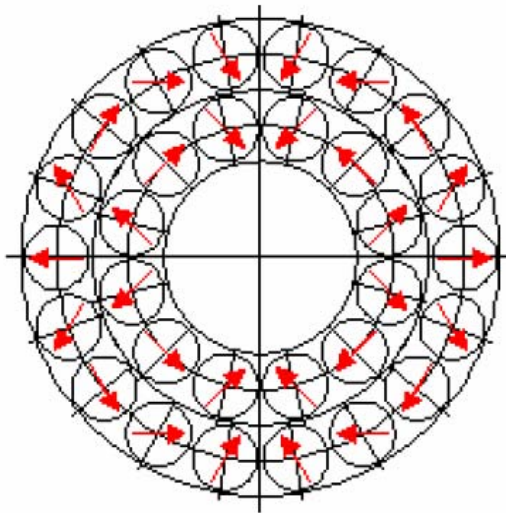
$$\left. \begin{aligned} B_x &= \pm gy \\ B_y &= \mp gx \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{B_0 L}{R(B\rho)} = \frac{gL}{(B\rho)}$$

Quadripôle à aimants permanents (CERN et HIPPI collaboration)



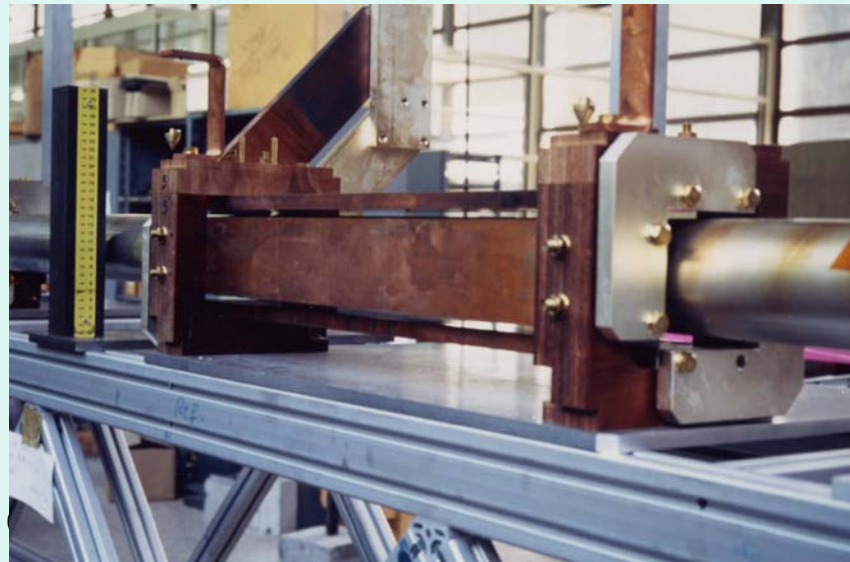
- ITEP Prototype PMQ designed for 50 T/m
 - Inner layer: 12 rods of SmCo_5
 - Outer layer: 18 rods of SmCo_5



S. Ramberger

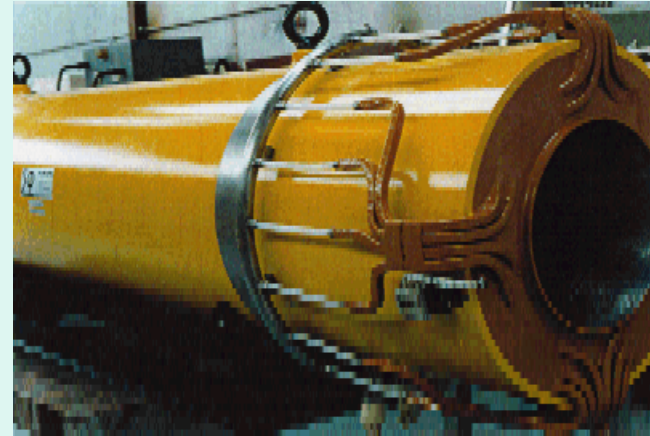
Divers

- Un **quadripôle** est **équivalent**, avec une grande précision, à une **lentille mince entourée de deux espaces sans champ** de longueur $L/2$ (la longueur totale ne doit bien sûr pas changer).
- Un **doublet** de quadripôles est très **différent** d'une **lentille mince**. Il est en fait équivalent à une lentille épaisse et, qui plus est, décalée.
- Un **triplet symétrique** de quadripôles est également équivalent à une **lentille mince**.
- Un quadripôle sera d'autant meilleur que son **GRADIENT de CHAMP sera constant** (ou que son champ variera **LINEAIREMENT** avec la position latérale)
- Un Qpôle original



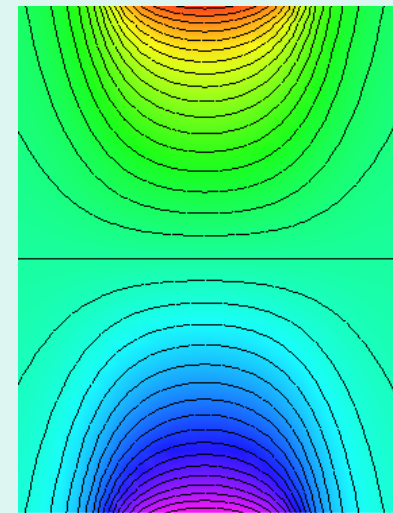
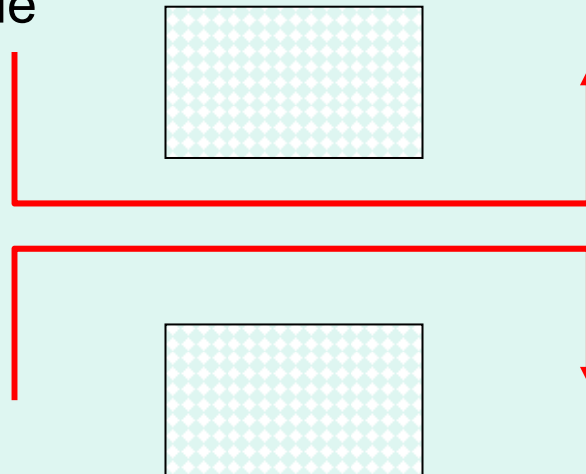
Le solénoïde (lentille Glaser)

- Focalisation par les faces
- Peu d'aberrations
- Convergent
- Symétrie de révolution, mais couplage des plans → lentilles **contra-rotatives** si besoin
- similaire à une lentille mince entourée de deux espaces de glissement



$$B_s \approx B_0 \left(1 + \frac{s^2}{a^2} \right)^{-1}$$

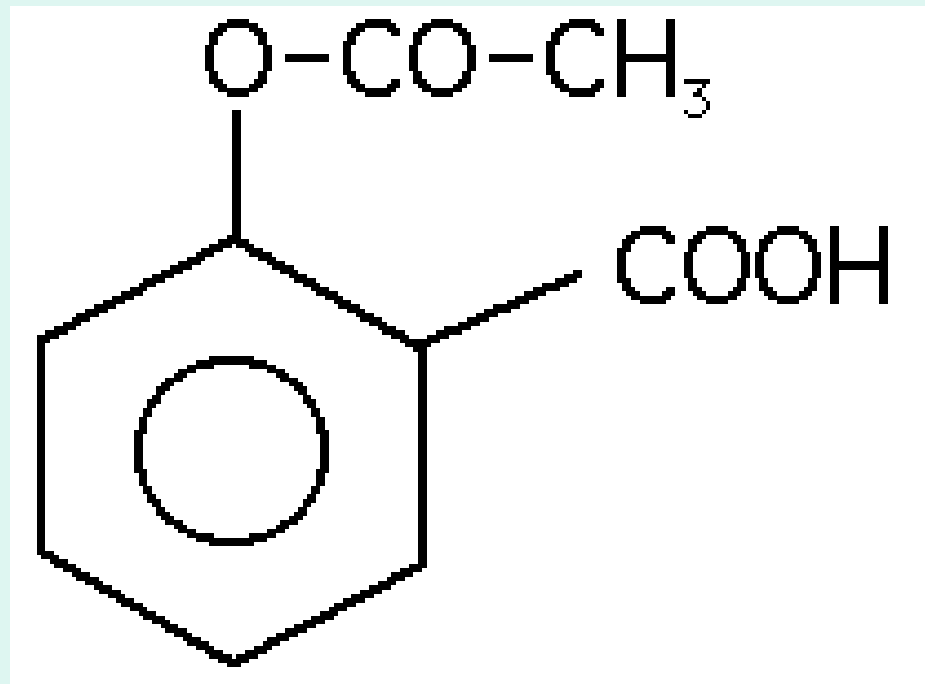
$$\frac{1}{f} = \frac{\pi a B_0^2}{8(B\rho)^2}$$



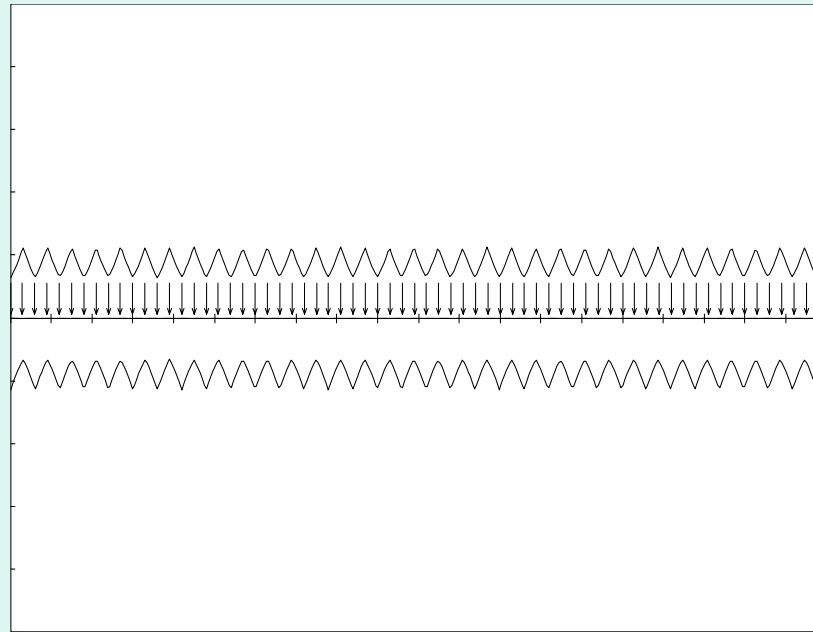
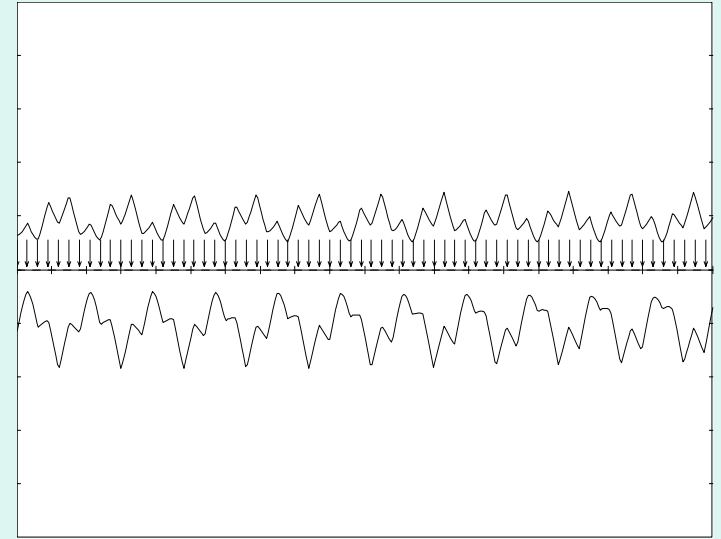
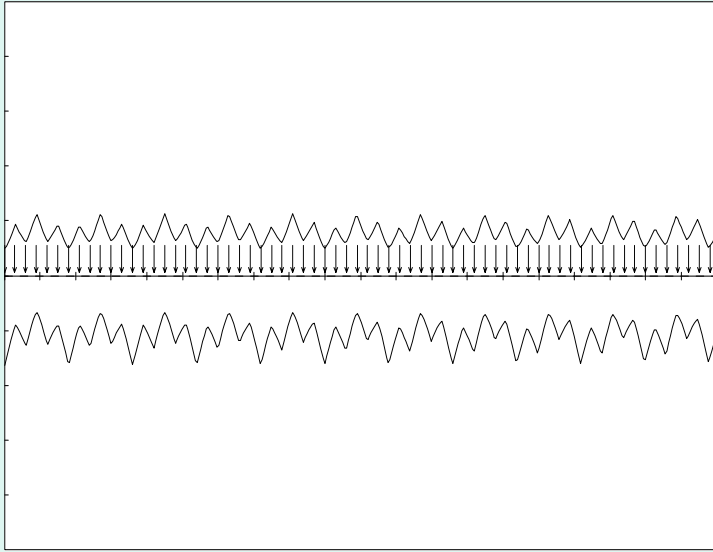
C'est encore à vous

- On considère un système périodique constitué de lentilles minces convergentes, de distance focale f et séparées par une distance L . Dessiner 2 mailles
 - pour quelle valeur de f (fonction de L) a t'on 180 degrés d'oscillation par maille ?
 - montrer qualitativement que pour f plus courte, on a un mouvement instable.
- On suppose que la rigidité vaut $20 Tm$. On veut faire un quadripôle de distance focale 0.8 mètres, de rayon de gorge 30 mm. Quelle est la longueur du quadripôle ?
 - Indication : Ne pas me faire aveuglément confiance
- Un Qpôle idéal est il parfait (sans aberrations) ?

Exercice de chimie: donner un nom à ce qui suit



Systeme périodique: Adaptation d'émittance ou « matching »



Pour information: lentilles non-linéaires

- Hexapôles
- Octupôles
- Décapôles
- Dodécapôles

$$B \propto x^2$$

$$B \propto x^3$$

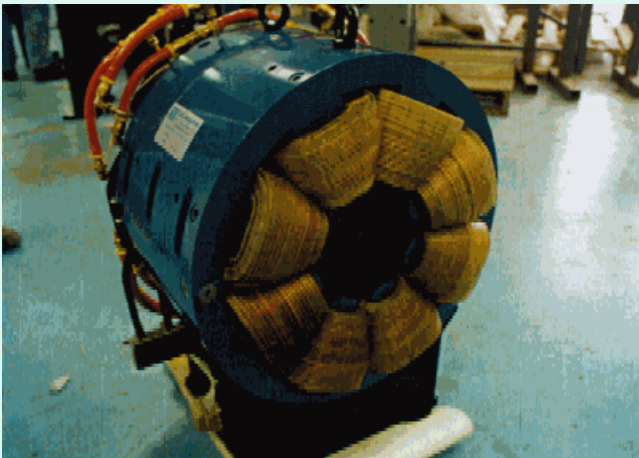
$$B \propto x^4$$

$$B \propto x^5$$

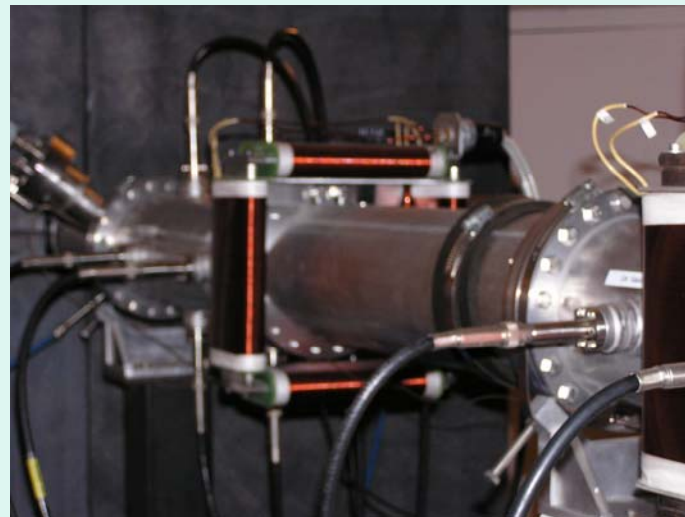
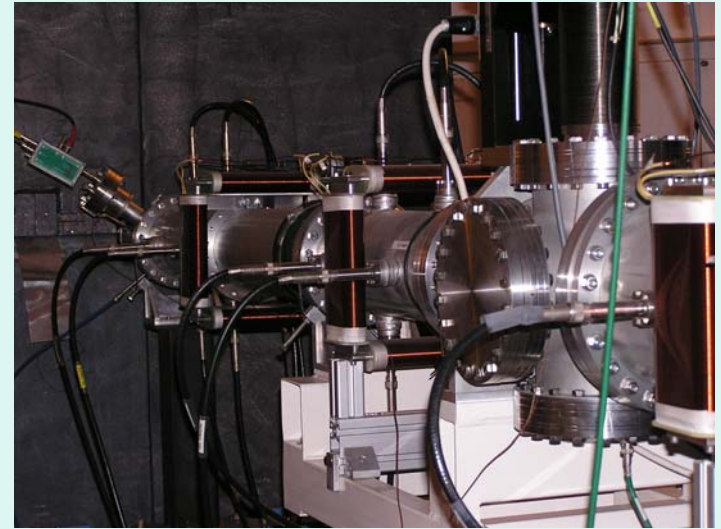
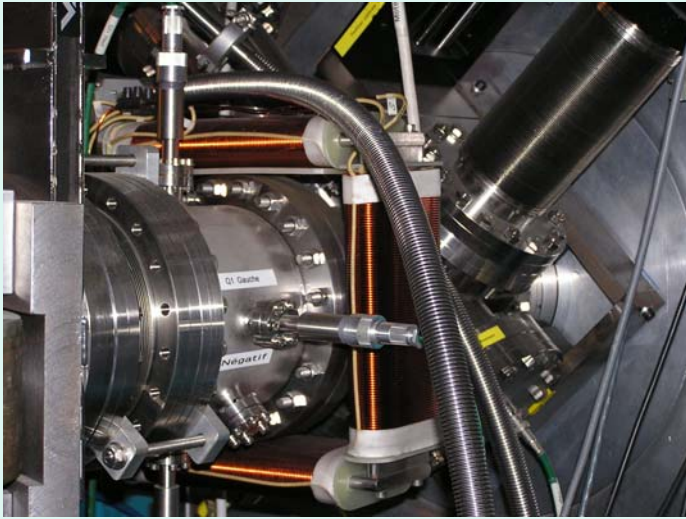
...

Corrections de non linéarité

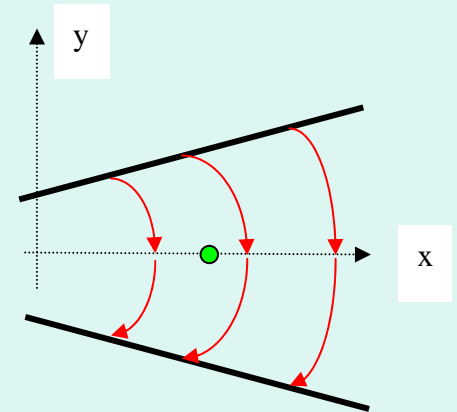
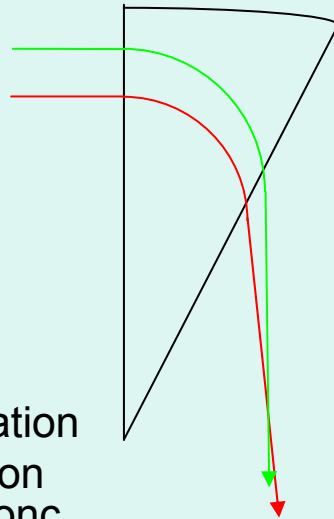
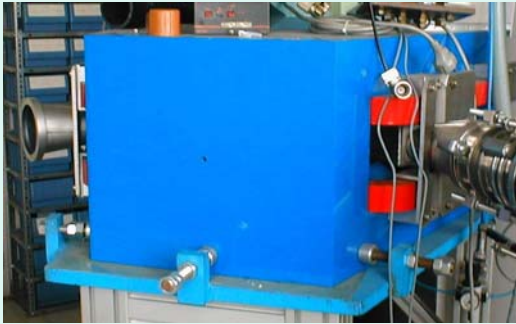
Correction de chromaticité dans les anneaux



Correction de trajectoire: steerer magnétique



Déviations des particules

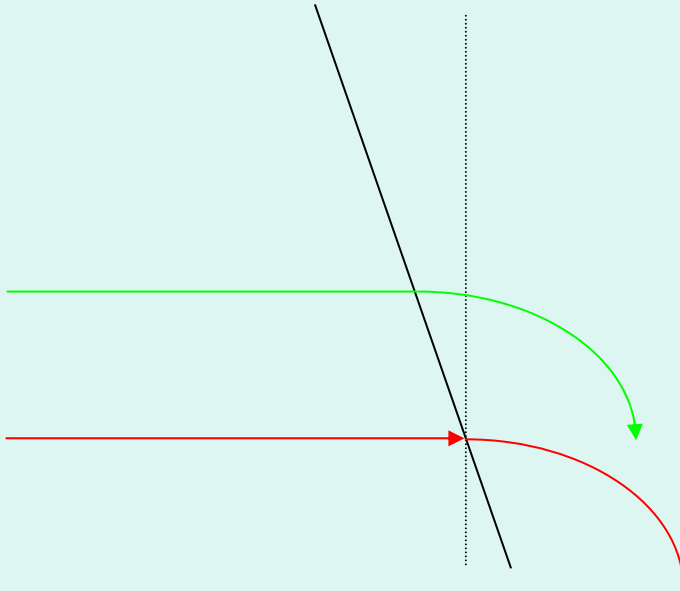


- Ici: focalisant dans le plan de déviation
- **Indice** : composante horizontale non nulle en dehors du plan médian, donc un effet dans le plan vertical
- indice nul → la trajectoire dans le plan vertical est celle dans un espace sans champ.
- indice non nul → effet focalisant ou défocalisant, selon le signe de l'indice, dans le plan qui n'est pas celui de déviation. Il subsiste un effet focalisant dans le plan de déviation mais amoindri voire défocalisant si $n > 1$

$$R = \frac{(B\rho)}{B}$$

$$n = \frac{B}{R} \frac{\partial B}{\partial x} = - \frac{B}{R} \frac{\partial B}{\partial y}$$

Focalisation par les faces (simplifiée)

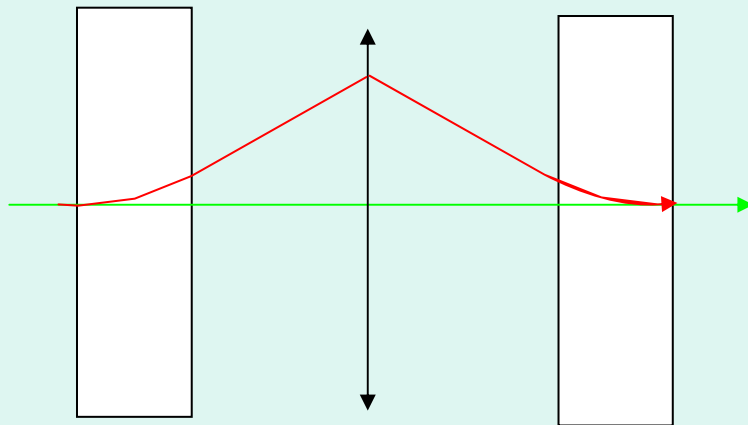
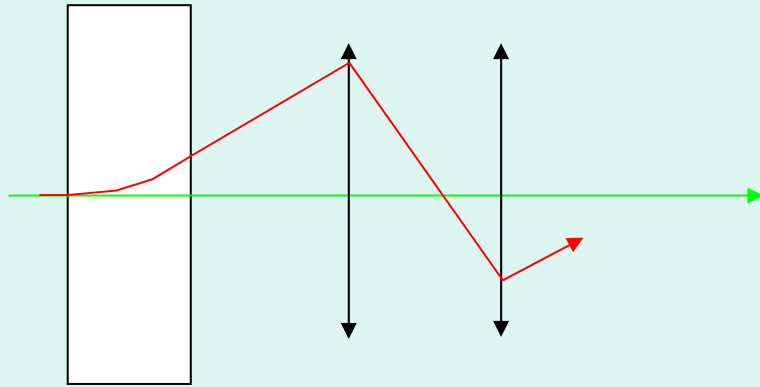


$$\left| \frac{1}{f} \right| = \frac{\tan(\phi)}{R}$$

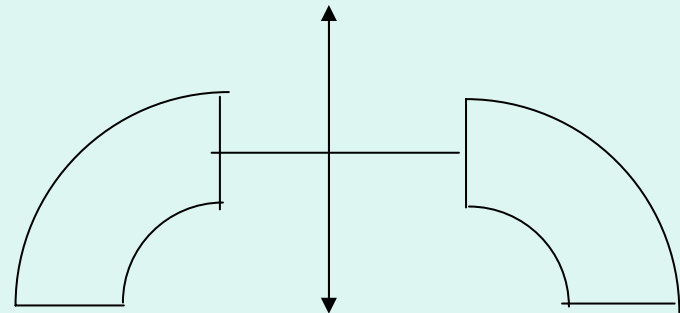
- ~ lentille mince, convergente ou divergente
- effet de face focalisant dans le plan de déviation → effet défocalisant dans l'autre plan
- *Propriété* : Si l'angle d'entrée est égal à celui de sortie et égal au quart de l'angle de déviation alors le dipôle est convergent identiquement dans les deux plans.
- *Remarque* : un dipôle n'a pas obligatoirement la forme d'un secteur d'angle égal à celui de déviation
- *Nota* : nous avons totalement négligé l'effet des champs de fuite.

Séparation et dispersion

$$x(s) = x_0(s) + D(s) \frac{\Delta p}{p_0}$$

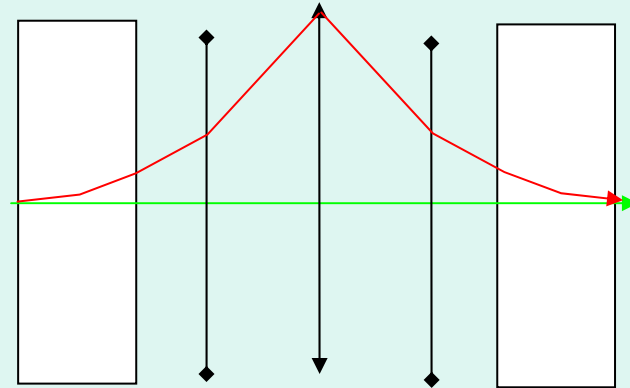


- séparation dans un champ magnétique si q/mv sont différents.
- séparation dans un champ électrique si et seulement si q/T sont différents.
- Spectromètre de masse: peut combiner les deux
- Fonction de dispersion
- Achromatisme



Chromatisme et divers

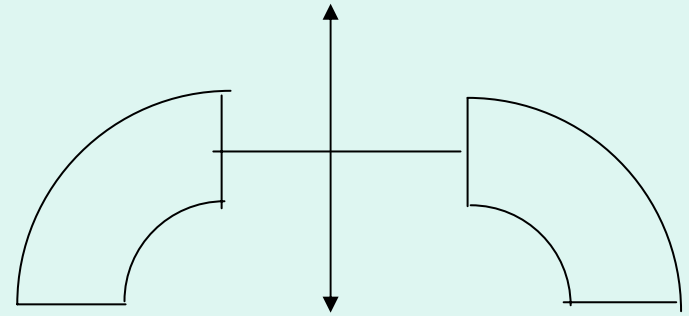
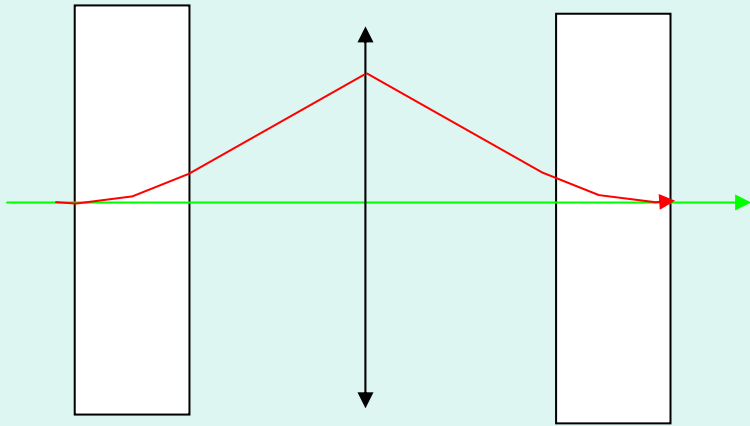
- Achromat à 3 pôles



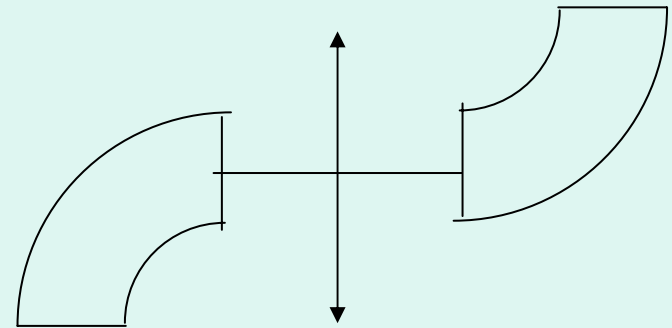
- Chromaticité

$$\xi_{\epsilon} = \frac{dv/v}{dp/p_0} = \frac{p_0}{v} \frac{dv}{dp}$$

Exercice! Chicane achromatique

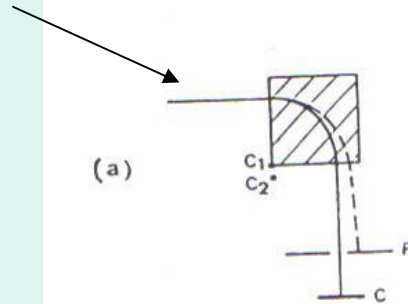


?

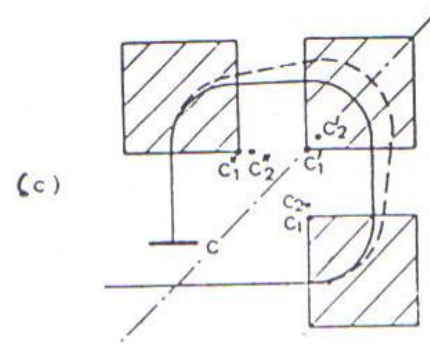
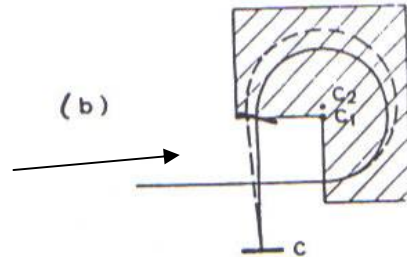


Application: déviation finale d'un accélérateur de radiothérapie

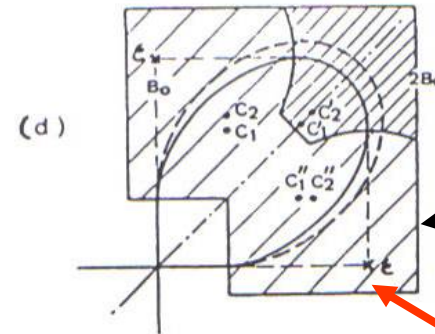
Dipôle simple:
aucun intérêt



270 degrés
achromatique en un
point →

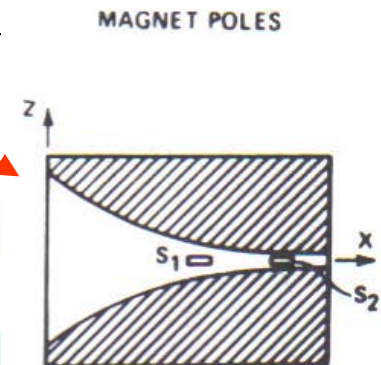


Vrai achromat
→ complexe
→ CLINAC 18
(Varian)



Pretzel

FIGURE 3.27 Beam bending magnetic systems: (a) — 90° magnet, (b) — triplefocal 270° magnet, (c) — multisectional 270° magnet, (d) — Pretzel-type 270° magnet (achromatic magnetic mirror)

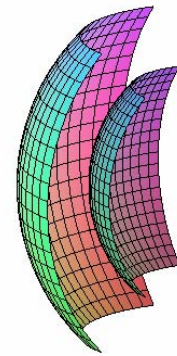


Déflecteur électrostatique (pour mémoire)



Cylindrique

Focalise dans le plan
de déviation



Sphérique

Focalise dans les
deux plans

Le problème de la charge d'espace

- Dans un faisceau d'intensité importante, la répulsion coulombienne entre particules n'est plus négligeable
- Faisceau continu sans champ: l'ionisation du gaz résiduel permet de piéger des particules de charge opposée et de neutraliser l'effet
- Faisceau non continu: ça peut ne plus marcher si les impulsions sont trop courtes (ex: GENEPI: $1\mu\text{s}$, temps de neutralisation 1ms –deutons 250keV)
- Présence de champ: les particules neutralisantes sont éjectées

Charge d'espace (suite)

- Machines de fortes puissance ou supra: pertes admissibles d'environ 1W/m
- Le faisceau doit être manipulé avec douceur (adiabaticité). En particulier, les enveloppes doivent être très régulières
- Calcul particulière (lourd) ou de l'enveloppe (sommaire mais rapide).

Faisceau de GENEPI3 sur cible (40 mA D+)

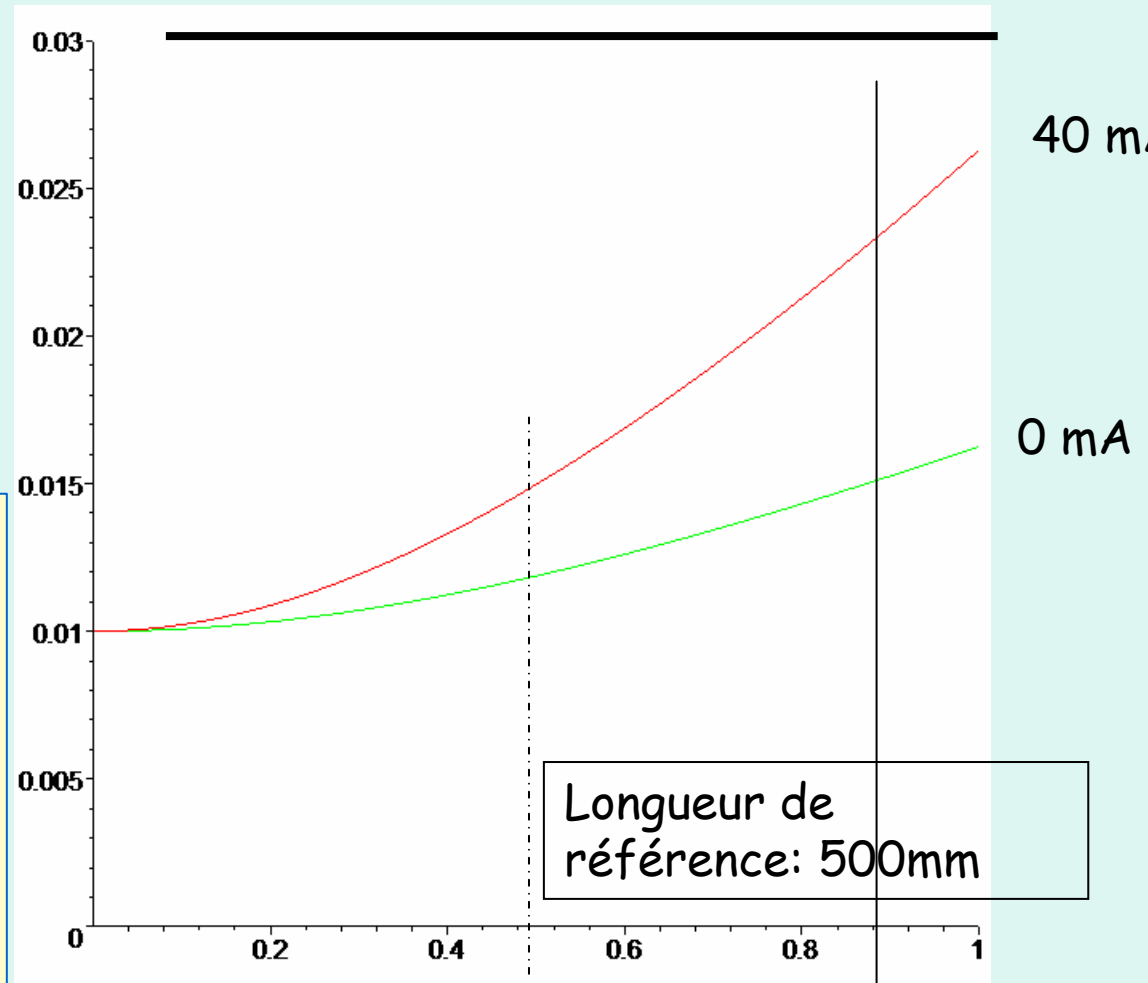
Deux faisceaux de même caractéristiques RMS évoluent de la même manière du point de vue RMS

$$\sigma'' + k(s)\sigma - \frac{\sigma_\varepsilon^3}{4\sigma^3} - \frac{K}{4\sigma} = 0$$

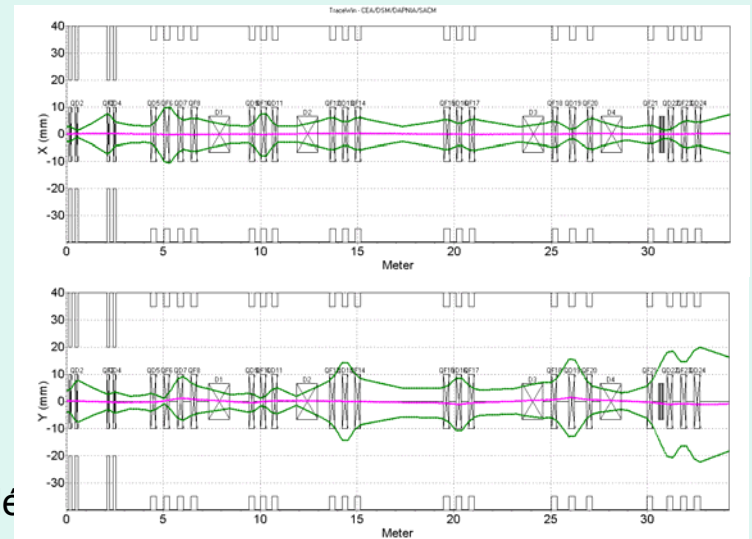
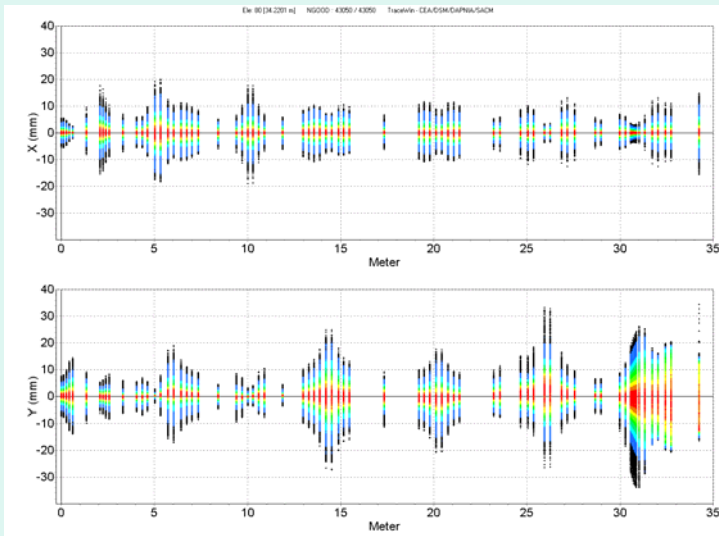
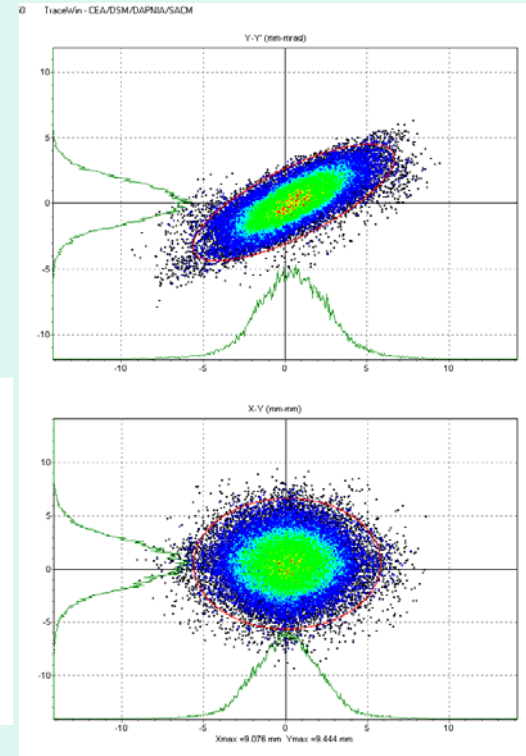
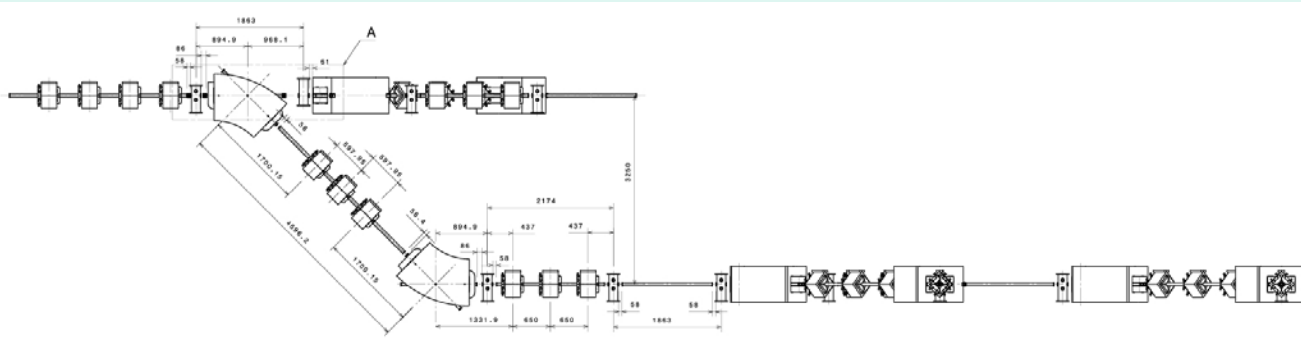
$$K = \frac{qI}{2\pi\varepsilon_0 m(\beta\gamma c)^3}$$

Très bonne approximation

JM De Conto - Ecole accélérateurs



Ex: Spiral2



onto - Ecole accélé

Compléments/annexes

Une structure n'est jamais parfaite
(sauf le CEA et l'in2p3)

Défauts d'alignement

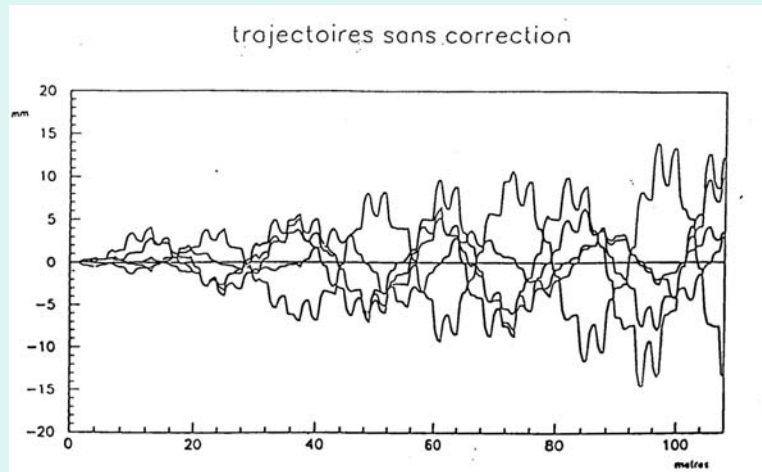


figure 1. trajectoires sans champ magnétique terrestre

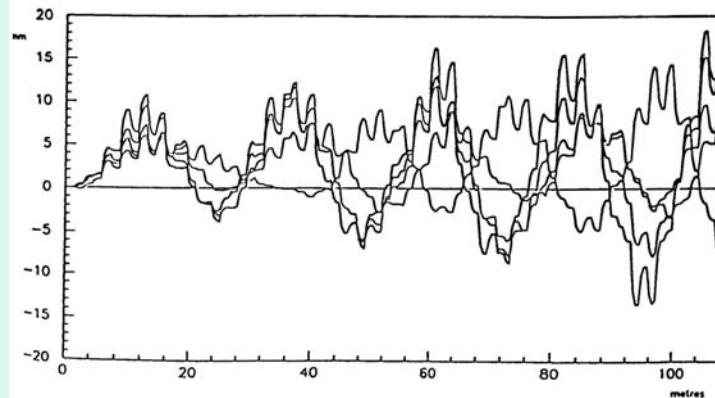


figure 2. trajectoires avec champ magnétique terrestre

trajectoires apres correction avec champ magnétique terrestre

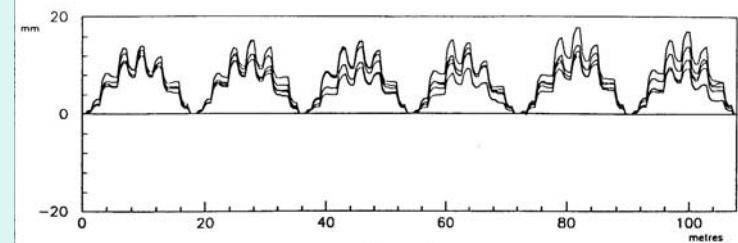


figure 1

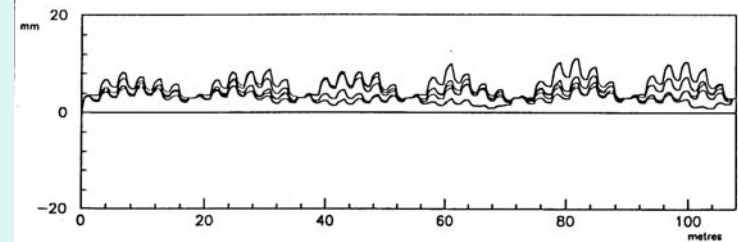


figure 2

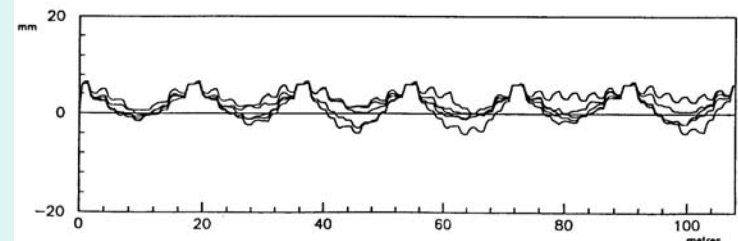
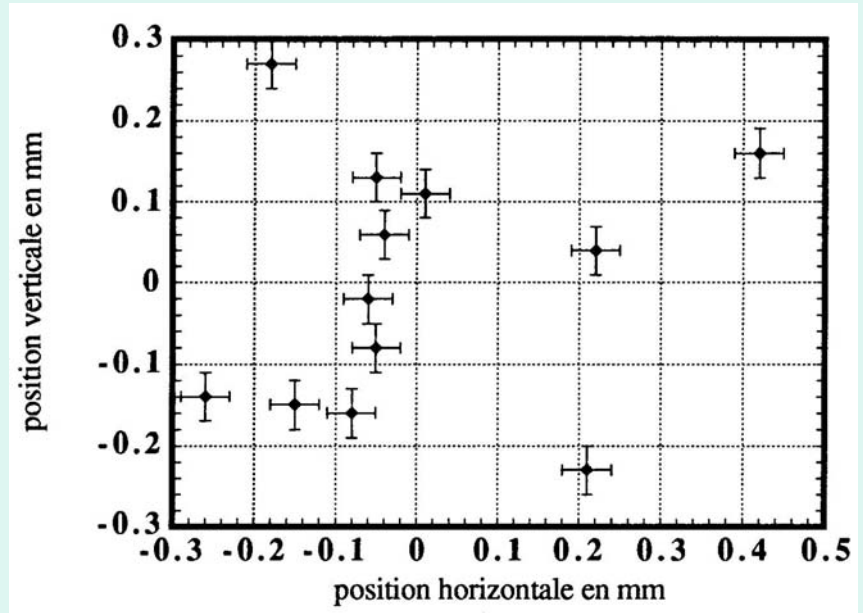
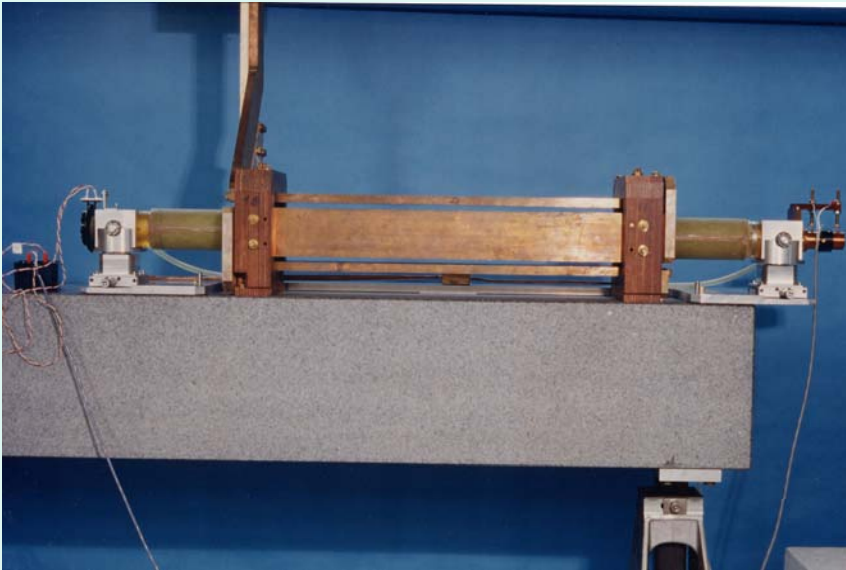
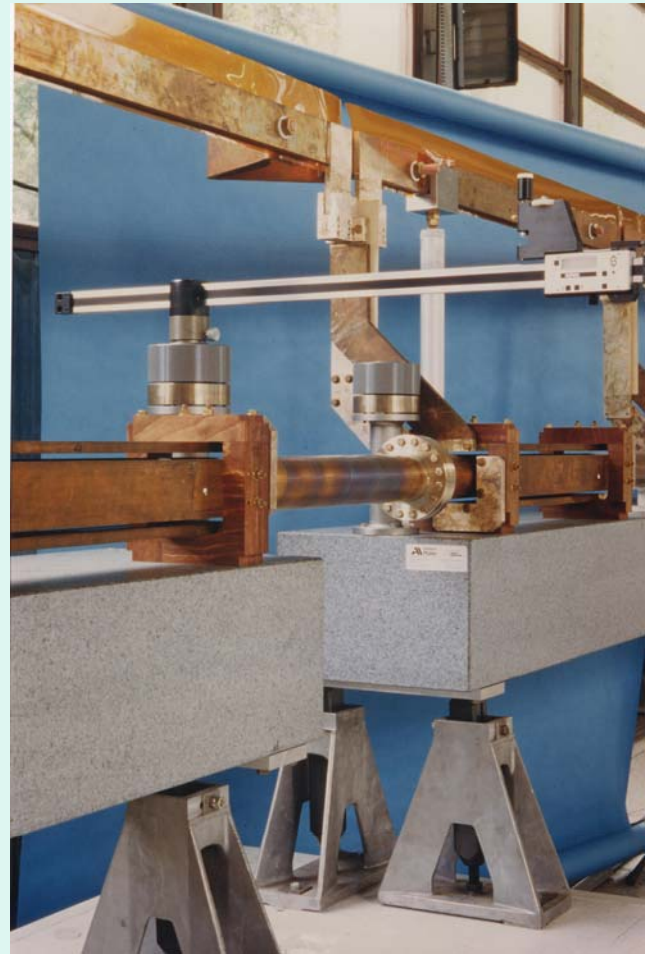
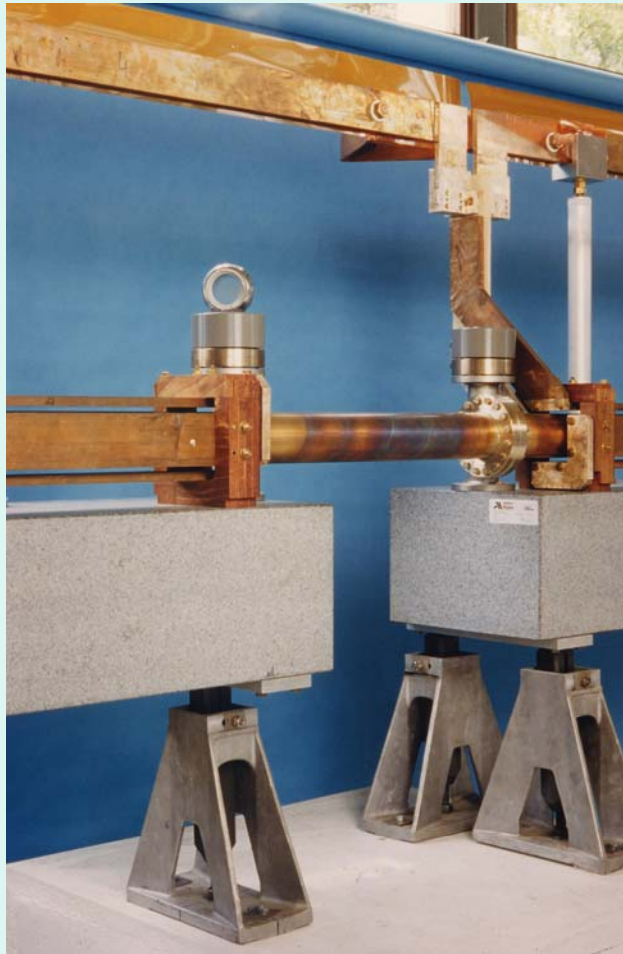


figure 3

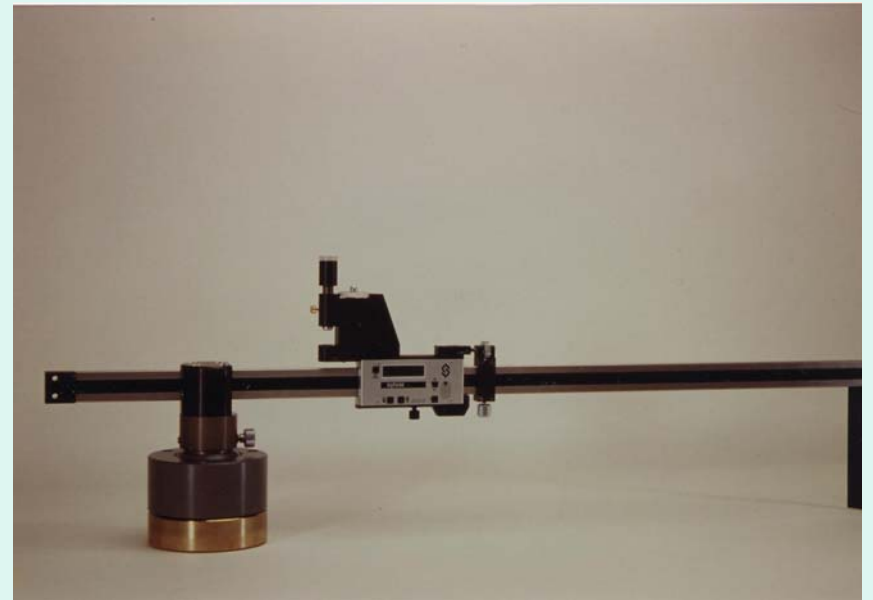
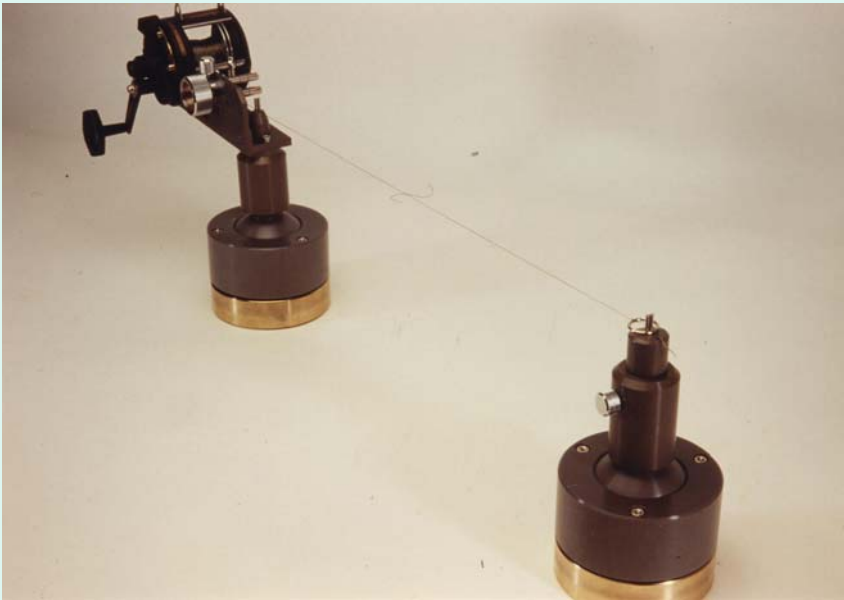
Mesure du centre d'un qvôte



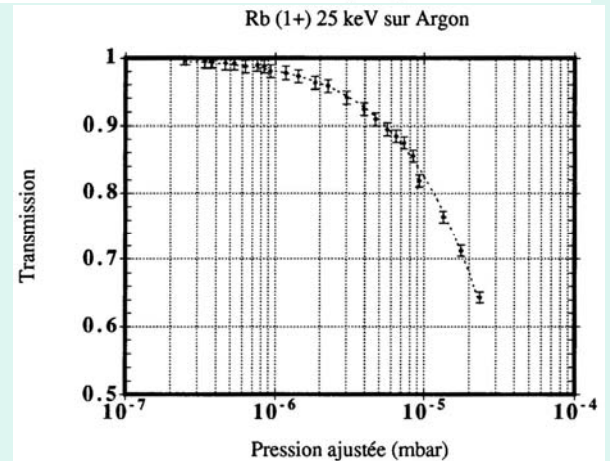
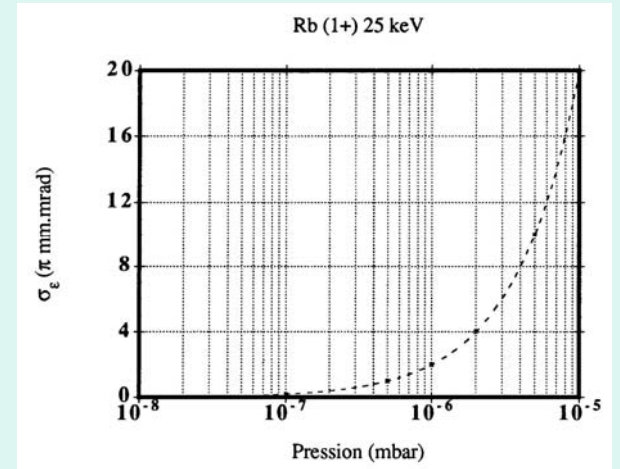
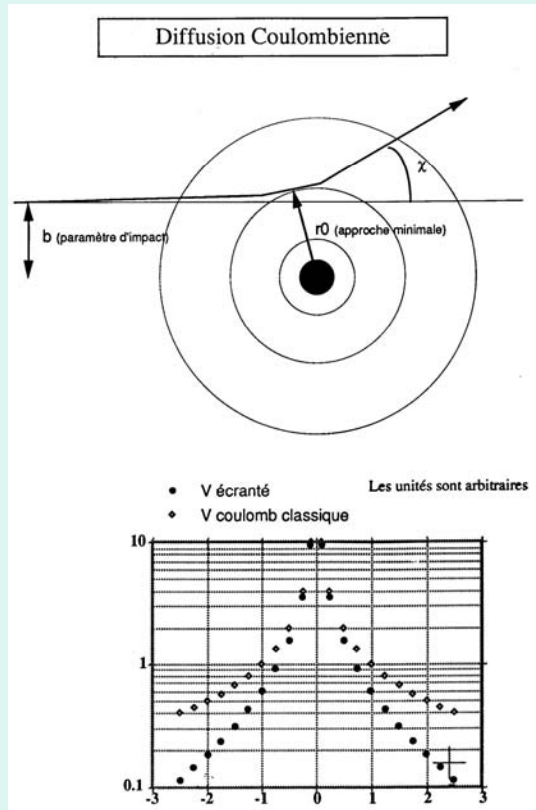
Alignement de la structure



La pêche à Bénodet ou à LaLonde



Diffusion sur le gaz résiduel



La diffusion entraîne un grossissement d'émittance.
L'échange de charges entraîne des pertes
A gauche, un modèle analytique a été développé.
A droite: mesures (ligne PIAFE de 20m Rb 30 keV)

Merci de votre attention

*Et pour ne pas vous quitter trop vite, un petit
QCM (selon le temps disponible)*